

Bedeutendster Mathematiker der Frühen Neuzeit

Fritz Staudacher, Publizist und Bürgi-Biograph, staud1@bluewin.ch

Neubewertung des Lichtensteiger Renaissancegenies Jost Bürgi

Dem 1552 im toggenburgischen Lichtensteig geborenen und 1632 im 80. Lebensjahr im hessischen Kassel verstorbenen Jost Bürgi verdanken wir nicht alleine die Logarithmenrechnung, sondern auch eine völlig neue Methode zur Bestimmung beliebiger Sinuswerte. Jost Bürgi gebührt zusätzlich das Verdienst der Erfindung der Differenzenrechnung, der fehlerresistenten Tabellengenerierung einschliesslich der Nutzung von iterativen Algorithmen und der Verwendung der Polynom-Interpolation. All diese bei der Erstellung seiner im „*Fundamentum Astronomiae*“ enthaltenen Sinustabelle mit Schrittabständen von einer Bogenminute erstmals eingesetzten Algorithmen machen ihn zum bedeutendsten Mathematiker der Frühen Neuzeit.

Geniale Entwicklung und Kombination neuer Algorithmen

Erst kürzlich kamen die für diese Höherbewertung ausschlaggebenden und unter dem Begriff „Bürgis Kunstweg“ seit 1588 verschollenen Verfahren wieder ans Tageslicht und wurden von ihrem Entdecker Menso Folkerts sowie von ihrem Analytiker und Editor Dieter Launert wissenschaftlich dokumentiert sowie Ende März am Bürgi-Symposium in Lichtensteig präsentiert. Den weiteren Mathematik-Professoren und Referenten zu Bürgis Innovationen Peter Ullrich (Koblenz), Kathleen Clark (Florida) und Jörg Waldvogel (ETH Zürich) sowie dem zahlreichen Publikum wurde dabei klar, warum Jost Bürgi zu Lebzeiten zu Recht mit den grossen griechischen Klassikern Euklid und Archimedes verglichen und in einem Atemzug genannt wurde. Im Dreissigjährigen Krieg gingen seine Werke der Mathematik vergessen, verschwanden oder wurden versteckt und verschwiegen; dies jedoch nicht in England, wo sie von Mathematikern übernommen und ohne Erwähnung Bürgis genutzt und weiterentwickelt wurden.

Der französische Tafelexperte Denis Roegel erläutert dazu: „Schon in den Jahren 1586/88 entwickelte Bürgi eine geniale Sammlung von Algorithmen und verfügte ganz offensichtlich über ein sehr tiefgreifendes Zahlenverständnis“ sagt der Erbauer und Leiter der weltweit führenden Datenbank (Locomat.loria) mathematischer Tafeln zu Jost Bürgis Kunstweg und präzisiert: „Bürgis Nutzung von Differenzen für die Berechnung neuer Werte, und nicht alleine für die Überprüfung von Tabelleneintragungen, ist eine sehr moderne Lösung. Er antizipiert gut zweihundert (!) Jahre die Arbeiten Pronys und sogar Babbages (!); all dies ist sehr verdienstvoll und bewundernswert.“

Drei Entdecker- und Entdeckungs-Glücksfälle

Ursache für diese nunmehr erfolgte Neubewertung Jost Bürgis ist die vom Münchener Wissenschaftshistoriker Prof. Dr. Menso Folkerts entdeckte, bisher unbekannte Bürgi-Handschrift *Fundamentum Astronomiae* („Grundlage der Astronomie“). In ihr erkannte der für seine Leistungen in der Erforschung der Geschichte der Mathematik mit dem internationalen *Kenneth-O-May-Prize* geehrte Münchener Emeritus bereits 2013 Jost Bürgis Lösung des 428 Jahre verschollenen *Artificium*, nämlich seine Beschreibung des Kunstweges zur elementaren Berechnung eines beliebigen Sinus-Wertes. Den Folgeschritt vertraute Folkerts Dieter Launert an, dem für seine Arbeiten zu Ursus mit dem „Bayerischen Akademiepreis“ ausgezeichneten Mathematik-Historiker: „Dieter Launert hatte das Manuskript nicht nur zu transkribieren, sondern auch zu kommentieren. Insbesondere hat er auch herausgearbeitet, wie Bürgis "Kunstweg" im Detail ausgesehen hat. Bei seinen Arbeiten an der Edition ist Herr Launert auf Hinweis von Hans van de Velde auch auf ein Blatt in Ursus' Exemplar in der Universität Leiden gestossen, das, wie wir jetzt wissen, eine Verbindung zwischen Bürgis Methode und England aufzeigt.“ Dieser dritte Glücksfall führt den Verfasser der Bürgi-Monografie „Jost Bürgi, Kepler und der Kaiser“ und dieses Beitrages auf eine weitere Spur, nämlich diejenige des Mathematikers und Geheimagenten der englischen Königin Elizabeth, Dr. John Dee, der 1589 Jost Bürgi fünf Tage lang in Kassel besucht und ihn sowie seinen Chef Wilhelm IV und den Hofastronomen Christoph Rothmann konspirativ ausspioniert hat.

	Sinus 5	Sinus 4	Sinus 3	Sinus 2	Sinus 1
0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0
10	10. 20. 51. 0	0. 18. 51. 52	0. 34. 24	1. 3	2
20	20. 22. 50. 3	0. 37. 9. 20	1. 7. 45	2. 4	4
30	29. 47. 39. 56	0. 54. 19. 3	1. 39. 2	3. 1	6
40	38. 18. 10. 41	1. 9. 49. 44	2. 7. 18	3. 52	7
50	45. 38. 51. 42	7. 20. 41. 1	13. 23. 23	24. 24	8
60	51. 35. 19. 35	5. 57. 27. 54	10. 51. 41	19. 48	9
70	55. 59. 42. 42	4. 23. 23. 6	1. 42. 4. 59	14. 36	10
80	58. 41. 0. 49	2. 41. 18. 7	1. 46. 59. 4	8. 57	11
90	59. 35. 19. 52	0. 54. 19. 3	1. 39. 2	3. 1	12

Jost Bürgis Kunstweg der Errechnung von Sinus-Werten ermöglicht erstmals eine präzise Bestimmung jedes gewünschten Wertes in jeder gewünschter Genauigkeit. Bürgi hat in dieser ersten Beispieltabelle (Blatt 36r) zur Ermittlung der Zehnerwerte (10°, 20°, 30°...90°) vier Differenzenstufen verwendet, alles gerechnet in Sexagesimalzahlen. Die in der darunter stehenden Kopie – ein Ausschnitt aus dem Buch „Jost Bürgi, Kepler und der Kaiser“ – eingetragene Mäanderlinie illustriert mit Farben den rechts beginnenden Rechenalgorithmus bis zum Zwischenwert (Kolonne 5), der nun lediglich noch durch die Position des Lage des Radius zu dividieren ist (hier 59°35'19"52").

	Sinus 5	Sinus 4	Sinus 3	Sinus 2	Sinus 1
0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0
10	10. 20. 51. 0	0. 18. 51. 52	0. 34. 24	1. 3	2
20	20. 22. 50. 3	0. 37. 9. 20	1. 7. 45	2. 4	4
30	29. 47. 39. 56	0. 54. 19. 3	1. 39. 2	3. 1	6
40	38. 18. 10. 41	1. 9. 49. 44	2. 7. 18	3. 52	7
50	45. 38. 51. 42	7. 20. 41. 1	13. 23. 23	24. 24	8
60	51. 35. 19. 35	5. 57. 27. 54	10. 51. 41	19. 48	9
70	55. 59. 42. 42	4. 23. 23. 6	1. 42. 4. 59	14. 36	10
80	58. 41. 0. 49	2. 41. 18. 7	1. 46. 59. 4	8. 57	11
90	59. 35. 19. 52	0. 54. 19. 3	1. 39. 2	3. 1	12

175/ Bürgis *Artificium* «Kunstweg» erschliesst die Sinuse von den kleinsten Differenzen (und Differenzen der Differenzen) her und rechnet von rechts nach links sowie abwechselnd von unten nach oben sowie umgekehrt entlang des hier eingetragenen Mäanders. Blau unterstrichen: Halbierung des Werts und Einbringung in untere Zelle der links stehenden Spalte (4x). Blau oberstrichen: Übertragung der Zwischensumme in linke Spalte (4x). Orange: Addition der Zelleninhalte der beiden nebeneinander liegenden Spalten von unten nach oben (32x). Violett: Additionsrichtung von oben nach unten (32x). Die fortlaufend entstehenden Sinuswerte bekommt man aus der ersten Kolonne als Verhältnisse zum letzten Wert 59/60+35/60²+19/60³+52/60⁴.

Dieser *Artificium*-Algorithmus ergänzt sich praktisch selbst beim Ausfüllen einer nach Bürgi-Anweisungen vorstrukturierten Sinustabelle. Wir zählen im rechts oben abgebildeten Bürgi-Beispiel 72 einfache Rechenoperationen, bestehend aus 64 Additionen sowie jeweils vier Werthalbierungen und Zwischensummenübertragungen. Das Programm startet am rechten Tabellenrand mit der Eintragung beliebiger Startzahlen und generiert auf seinem mäanderförmig ansteigenden und vier Täler durchquerenden Serpentinweg im Zuge fortlaufender Rechnung die gesuchten Daten. Hier im Beispiel sind es die Sinuswerte $\sin 10^\circ$ mit $10^\circ 20' 51'' 00'''$, in der zweiten Zeile der vorderen Sinusspalte direkt ablesbar. Nun müssen wegen der unterschiedlichen Steigung des Sinus diese Sinustabellen-Rohzahlen noch für den Radius ihrer Lage korrigiert werden.⁵⁹ Diese Rechnung liefert dann den definitiven Sinuswert von $10^\circ 25' 8''' 1^{IV}$ (+ Rest). Dieser Wert der Sinus-Genauigkeitsstufe 5 Bürgis ist also bis zur dritten Sexagesimalstelle genau (entspricht fünf Dezimalstellen). Damit sind die neun gewünschten Sinuswerte auf fünf Stellen genau bekannt. In der auf sieben Genauigkeitsstufen gerechneten Sinus-Beispieltabelle rechts unten sind die Werte zwischen fünf und sieben Sexagesimalstellen genau, das entspricht bis zu zehn Dezimalstellen.

Mit diesem Programm berechnet Bürgi zunächst eine 36-seitige Sinustabelle mit 1'-Schrittweite und anschliessend seinen 30-mal feineren *Canon Sinuum*. Jost Bürgi zeigt gleichzeitig, dass alle Rechnungen allein mit dem Sinus, ohne andere trigonometrische Funktionen, durchgeführt werden

Grundlegender Beitrag in internationaler „*Historia Mathematica*“

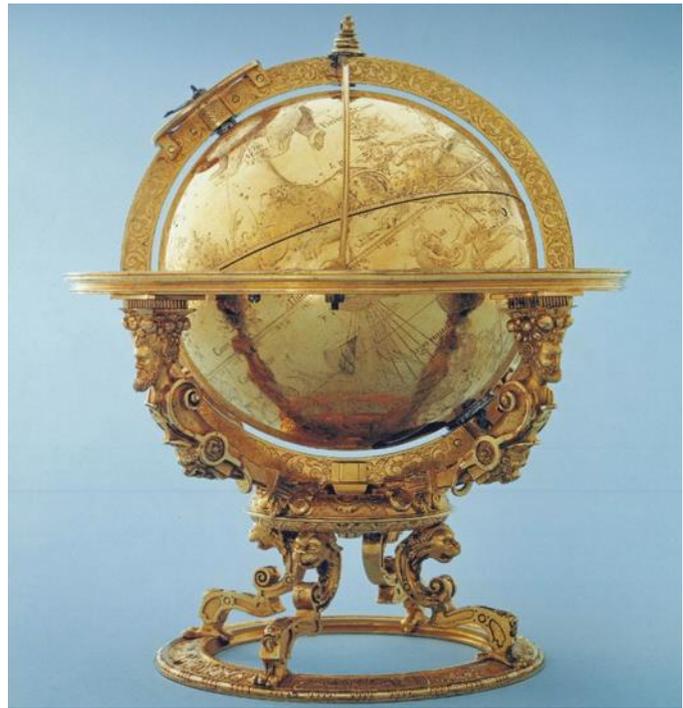
Wie bedeutsam diese Entdeckung des Kunstweges für die Geschichte der Mathematik ist, dokumentiert ein im April 2016 in der „*Historia Mathematica*“ erschienener grundlegender Beitrag „*Jost Bürgi's Method of Calculating Sines*“ zu diesem Fund und seiner Mathematik aus der Feder von Menso Folkerts und Dieter Launert sowie dem Dresdener Professor Andreas Thom. Darin weist Thom mit den Methoden der modernen Mathematik nach, dass Bürgis Verfahren auch nach heutigen Kriterien korrekt ist. Bürgi selbst hat sich nicht darüber geäußert, wie er zu seiner Methode gekommen ist und warum sie funktioniert. Der Beitrag von Folkerts, Launert und Thom war vor seiner Veröffentlichung in der „*Historia Mathematica*“ auf der Datenbank arXiv aufgeschaltet und hatte zu intensiven internationalen Diskussionen geführt.

Zahlreiche Mathematiker beschäftigt seit dieser Entdeckung die Frage, wie denn der des Lateins nicht mächtige und nach nur sechs Schuljahren eine Uhrenmacherlehre absolvierende Toggenburger Handwerker selbst auf seinen Kunstweg gelangt ist. Näher mit der Gedankenwelt Jost Bürgis und den damals ihm zur Verfügung stehenden Methoden setzt sich der Koblenzer Mathematikprofessor Peter Ullrich auseinander. Er hat in Lichtensteig unter dem Titel „*Jost Bürgis Weg zum Kunstweg – Annäherung an sein mathematisches Denken*“ ein iteratives Verfahren vorgestellt, das der Weg Bürgis zu seinem Kunstweg sein könnte. Nach der Auffindung und der Analyse der bis vor kurzem unbekanntes Mathematikbuch-Handschrift „*Fundamentum Astronomiae*“, sei der Vorsprung Jost Bürgis eindeutig dokumentiert, meinte Symposiumsleiter Fritz Staudacher.

Einen Schritt weiter geht noch der Zürcher emeritierte ETH-Mathematikprofessor Dr. Jörg Waldvogel. Er spiegelt und überprüft sowohl Bürgis Kunstweg-Lösungen als auch Bürgis Logarithmen auf ihre Einfachheit und Stabilität mittels der heute favorisierten Linearen Algebra inklusive Fourieranalyse, derer sich mittlerweile in einer weiteren Studie der Walliser Mathematiklehrer Grégoire Nicollier annimmt. Jörg Waldvogels Beitrag „*Jost Bürgi's Artificium of 1586 in modern view, an ingenious algorithm for calculating tables of the sine function*“ erscheint in einer kommenden Ausgabe der „*Elemente der Mathematik*“.

Bisher bekannt als Erfinder der Sekunde und einzigartiger Himmelsgloben

Jost Bürgis Ziel ist nicht die Herstellung schöner Schmuckstücke, sondern möglichst exakter Modelle der Wirklichkeit, deren Schönheit in ihrer Funktion liegt und den Besitzer zu einzigartigen Informationen verhilft. Himmelsgloben, die mit hoher Sicherheit den genauen Verlauf der Himmelskörper nachvollziehen und vorhersagen lassen; Uhren, die nicht den durchschnittlichen, sondern den minutengenaue Sonnen- und Mondaufgang anzeigen. Da die Modelldaten nur so genau sein können wie die erfassten Daten der Wirklichkeit und da ihm die vorliegenden Verzeichnisse viel zu ungenau und lückenhaft sind, baut er genauere Winkel- und Zeitmessgeräte und misst damit für Kepler und sich selbst. Damit er die dabei anfallenden grossen Datenmengen seiner Himmelskörpermessungen auch genau und rationell verarbeiten kann, erfindet er seine Mathematik – die mit dem Dreissigjährigen Krieg unterzugehen scheint. Doch von seinen Uhren und Himmelsgloben wird die mehr als zweihundertjährige Phase der Unbekanntheit von Jost Bürgis Mathematik überbrückt, wobei sich in seinen Globusuhren das ganze Wissen und Können Bürgis und seiner Zeit manifestiert. Zuerst täglich von den höchsten Herren und ihren Astronomen und Astrologen benutzt, dann ausgestellt in den grossen Kunstkammern und wissenschaftlichen Salons des Habsburger Kaiserhauses sowie bedeutender in- und ausländischer Fürsten, bleibt Bürgi aufgrund seiner weltersten Sekundenuhren und seiner von Uhrwerken angetriebenen Himmelsgloben unübertroffener astronomischer Genauigkeit im Bewusstsein der Öffentlichkeit und in der Fachwelt präsent. Dann werden Mitte des 19. Jahrhunderts Bürgis Logarithmentafeln wiederentdeckt, vor 43 Jahren erstmals das von Kepler 1603 redigierte Algebra-Manuskript

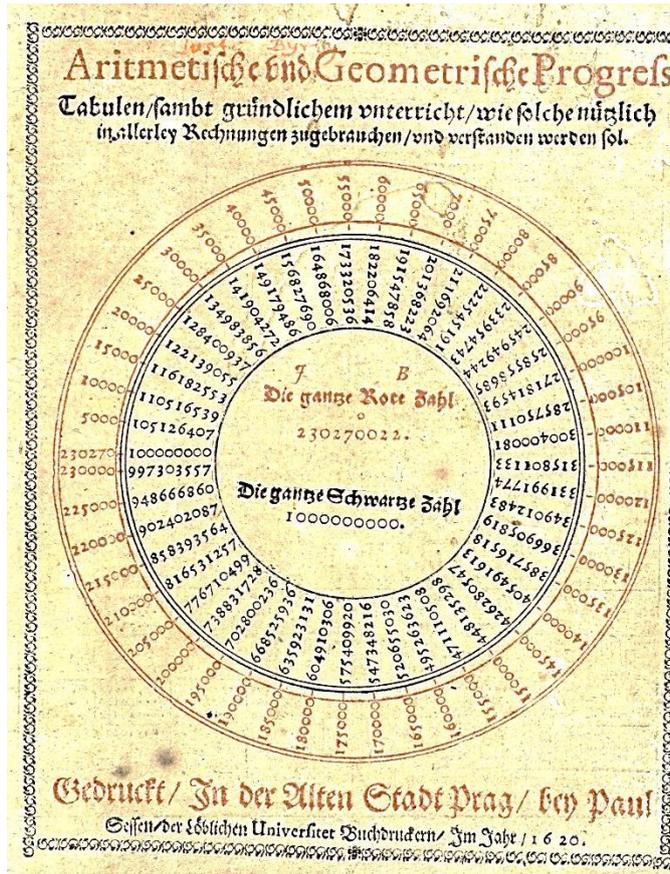


Links: Jost Bürgi (1552–1632) als 67-Jähriger kurz nach Ausbruch des Dreissigjährigen Krieges in Prag (Fenstersturz). Gezeichnet von Ägidius Sadeler. Rechts: Jost Bürgis uhrwerkgetriebener Himmelsglobus aus dem Jahre 1594 beruht auf eigenen astronomischen Messungen mit selbsterfundene Sextanten und Sekundenuhr sowie auf der Berechnung mit eigenen Rechenmethoden (Logarithmen, Kunstweg, Sinustabelle). Unübertroffen ist auch die Genauigkeit der verschiedenen Ablesemöglichkeiten astronomischer Daten mittels drei verschiedenen Koordinatensystemen in der Vergangenheit und in der Zukunft. Foto: Nationalmuseum Zürich.

Jost Bürgi publiziert und nun auch noch der mehr als vierhundert Jahre nur von einem ungelösten Rätsel her bekannte Bürgischen Kunstweg. Somit hat man die Funktionalität und Zuverlässigkeit seiner wissenschaftlichen Uhren und astronomischen Instrumente nicht nur seinen aussergewöhnlichen handwerklichen Fähigkeiten, seinen astronomischen Beobachtungen und Messungen sowie seiner technischen Innovationskraft zuzuschreiben, sondern auch seiner Mathematik.

Bürgis Logarithmen mit «Gründlicher Unterricht» erstmals auch in Englisch

Vergessen werden soll hier inmitten des Kunstweges auch Jost Bürgis erste epochale Leistung nicht: die Logarithmen. Die soeben erschienene erste Englisch-Fassung von Jost Bürgis Logarithmentafeln mit Instruktionsbeispielen „*Jost Bürgi's Arithmetische und Geometrische Progress Tabulen (1620)*“ trägt zur aktuellen Bürgi-Renaissance vor allem im englischsprachigen Kulturraum bei. Bürgi hatte 1620 nur die Zahlentafeln veröffentlicht, nicht aber die Anleitung, wie sie benutzt werden sollen. Von dieser Anleitung gibt es zwei handschriftliche Fassungen: eine in Danzig (Gdańsk) und eine zweite in Graz. Der Danziger Text ist im 19. Jahrhundert in einer Schulschrift veröffentlicht worden, die erst vor einem Jahrzehnt durch Heinz-Theo Lutstorfs ETH-Publikation zu Bürgis Logarithmen etwas bekannter wurde; die Handschrift aus Graz wurde bisher noch nicht ediert. Jetzt, nach 396 Jahren, liegt nun endlich erstmals eine vollständige Ausgabe der Anleitung und der Tafeln vor. Sie stammt von der amerikanischen Mathematik-Professorin Dr. Kathleen Clark und ist soeben im Birkhäuser Springer Verlag erschienen. Der Band enthält ein Faksimile der Tafeln und der in Graz gefundenen Anleitung, eine Parallelausgabe des Textes der Anleitung nach den beiden Exemplaren in Graz und in Danzig, eine englische Übersetzung dieser Anleitung und einen mathematischen Kommentar.



	218000	218500	219000	219500	220000	220500
0	977556601	982456378	987380714	992329732	997303157	1002303157
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210
220
230
240
250
260
270
280
290
300
310
320
330
340
350
360
370
380
390
400
410
420
430
440
450
460
470
480
490
500

Logarithmen prägen während 350 Jahren die Rechentechnik entscheidend. Links: Titelseite von Jost Bürgis Logarithmentafeln (Grazer Exemplar). Erstellt 1588–1604 mit sechzig Tabellenseiten, druckbereit vor 1609; gedruckt 1620. Rechts: Letzte Seite der Bürgischen Logarithmen. Bürgis Basis der Roten Zahl entspricht bereits zu 99,99995% dem über ein Jahrhundert später von Leonhard Euler ermittelten natürlichen Logarithmus. Zusammen mit dem „Gründlichen Unterricht“ liegt dieses Werk jetzt auch als deutsches Faksimile mit englischem Kommentar von Kathleen Clark vor. (C) Universitätsbibliothek Graz.

„Verdoppelung der Lebenszeit“

Jost Bürgis Erfindungen der Logarithmen – zusammen mit John Napier – und der neuen, in seinem Kunstweg erläuterten Verfahren prägen während 350 Jahren weltweit die Mathematik und darin vor allem die mit Tabellenwerten arbeitende Rechenpraxis. Was alleine schon die Logarithmen an Vorteilen brachten beschrieb der französische Mathematiker und Astronom Simon Laplace (1749-1827) einmal so: «Die Erfindung der Logarithmen kürzt monatelang währende Rechnungen bis auf wenige Tage ab und verdoppelt dadurch das Leben des Rechners.» Als Henry Briggs (1561-1630) seine teilweise mit Bürgi-Algorithmen erstellten Logarithmentafeln dem englischen König Charles II. präsentierte, sagte er ihm, dass damit ein Astronom in einer Stunde genauso viele Positionsberechnungen durchführen könne, wie sonst an einem ganzen Tag. Ohne diese Erfindungen Jost Bürgis hätten wir die erste Mondlandung noch vor uns, denn um ein halbes Jahrhundert haben Logarithmen und Differenzenrechnung Naturwissenschaften und Technik sicher beschleunigt.

Bekannte Namen verlieren ihren Prioritätsanspruch

Die erst kürzlich nach 427 Jahren erfolgte Lösung des „Kunstweg“-Rätsels erweist sich als eine Kombination verschiedener zu dieser Zeit noch unbekannter Mathematikmethoden, die bisher als Erfindungen von Henry Briggs (1617/24, *Quinquesection, Subtabulation*), Isaak Newton (1690, *Forward Difference Methode*), Gaspard

Riche de Prony (1800, *Pivot Difference Interpolation*) und Charles Babbage (1870, *Difference Engine*) galten. Sie bildeten über Jahrhunderte hinweg die internationale Liga der Tafelmacher und der Logarithmenrechnung. Henry Briggs mit seinen in den beiden drei- bzw. vierhundertseitigen Werken *Arithmetica Logarithmica* (1624) und *Trigonometria Britannica* (1633) publizierten vierzehnstelligen Zehner-Logarithmentafeln; Isaak Newton mit seiner Forward-Difference-Formel; Gaspard Riche de Prony mit seinem weltweit bis heute unübertroffen umfangreichen und genauen trigonometrischen sowie logarithmischen Tabellenwerk des Katasters Frankreichs, das gleichzeitig die Einführung des metrischen Systems in Frankreich und England begründete; und Charles Babbage mit seinem automatisierten Tabelliersystem auf der Basis von Polynomen. Sie alle haben nun einen Vorgänger: Jost Bürgi, der schon von seinem Freund Johannes Kepler als Mathematiker bezeichnet wurde, der viele Professoren dieser Disziplin übertreffe. Damit dürfte der in der Schweiz (Lichtensteig) geborene, in Deutschland (Hessen-Kassel) erfindende und in Tschechien (Prag) Johannes Kepler am Kaiserhof Rudolfs II. unterstützende mathematisch-technische Genius der Renaissance einer der bedeutendsten, wenn nicht sogar der wichtigste Mathematiker der Frühen Neuzeit sein und sich einreihen in Kapazitäten wie Thales, Euklid, Archimedes, Pythagoras, Apollonius, Diophant, Ptolemaios, Habash al-Hasib, Abu Nasr Ibn Iraq, Ibn al-Haytham, al-Kashi, Fibonacci, Regiomontanus, Stifel, Vieta, Kepler, Descartes, die Bernoullis, Leibniz, Newton, Euler, und Gauss bis hin zu Poincaré und Einstein.

Doch etwas unterscheidet Jost Bürgi von den soeben genannten Wissenschaftlern. Er hatte nur sechs Jahre lang seine Lichtensteiger Grundschule besucht, nie eine Universität von innen gesehen, kein Mathematikstudium absolviert und war des Lateins unkundig. Dafür ist er der erste Uhrenmacher, dem es gelingt, eine sekundengenaue Observationsuhr zu entwickeln, die genauesten Himmelsgloben zu fertigen sowie das erste Sternverzeichnis der Neuzeit zu schaffen. Und einer der besten Mathematiker zu sein, den die Geschichte kennt! Bürgis damalige Zeitgenossen wie der Kaiserliche Mathematiker Ursus und sein hochgebildeter Chef Wilhelm IV von Hessen-Kassel verglichen Bürgi mit Euklid und einem zweiten Archimedes. Kepler hatte 1606 über Bürgi geschrieben, dass sein Ruhm einmal so gross sein werde, wie der Albrecht Dürers, und dass er ständig wachsen werde, wie ein Baum. Jetzt erst sieht man ihn in voller Grösse: er hat dazu 428 Jahre benötigt!

Literatur

- Clark, Kathleen (2015): „Jost Bürgis‘ Artimetische und Geometrische Progresstabulen. Edition and Commentary.“ 260 Seiten. Reihe „Science Networks. Historical Studies“. Birkhäuser Springer, Basel.
- Folkerts Menso, Launert Dieter, Thom Andreas: „Jost Bürgi’s method for calculaing sines“. *Historia Mathematica* 43 (2016), S. 133–147.
- Launert, Dieter (2015): „Bürgis Kunstweg im Fundamentum Astronomiae. Entschlüsselung eines Rätsels.“ 120 Seiten. *Nova Kepleriana* 141, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften/C.H.Beck, München.
- Lutstorf Heinz-Theo (2005): „Die Logarithmentafeln Jost Bürgis.“ Schriftenreihe der ETH-Bibliothek, Wissenschaftsgeschichte Band 3. Zürich.
- Nicollier, Grégoire (2016): “How Bürgi computed the Sines of all Integer Angles Simultaneously in 1586”. Manuskript zum 1. Internationalen Jost-Bürgi-Symposium. Erscheint in *Mathem. Intelligencer*.
- Roegel, Denis (2016): “A preliminary note on Bürgi’s computation of the sine of the first minute.” www.locomat.loria.fr, 27. März 2016.
- Staudacher, Fritz (2015): „Jost Bürgi, Kepler und der Kaiser“, 3. überarbeitete und erweiterte Auflage, 259 Abbildungen, 312 Seiten. NZZ Libro, Zürich.
- Ullrich, Peter: “Jost Bürgis Weg zum Kunstweg: Eine Annäherung an sein mathematisches Denken.“ Vortrag am 1. Internationalen Jost-Bürgi-Symposium Lichtensteig, 19. März 2016.
- Waldvogel, Jörg (2014): “Jost Bürgi and the discovery of the logarithms.” In: *Elemente der Mathematik* 69, S. 89-117.
- Waldvogel, Jörg (2016): “Jost Bürgi’s Artificium of 1586 in modern view, an ingenious algorithm for calculating tables of the sine function.” *Elemente der Mathematik* 71, S. 1–11.