



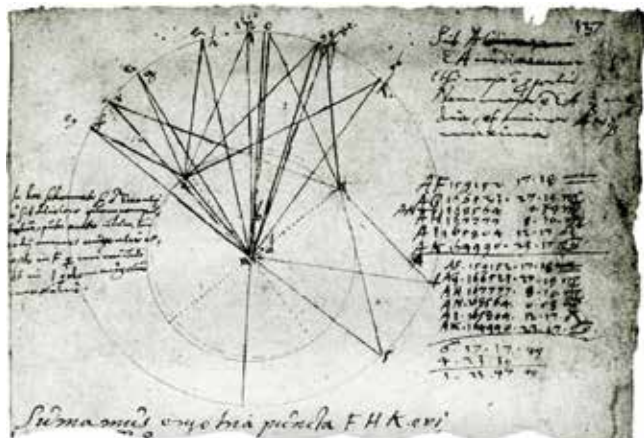
Das wissenschaftliche Erbe Keplers und Bürgis

Die Prägung der Moderne durch Prä-
zision, Zeitmessung und Ellipsen.

Sonderheft der Jost-Bürgi-Stiftung
Lichtensteig (SG) zur Ausstellung
"Schlüssel zum Kosmos - Jost Bürgi
(1552 - 1632) bringt den Himmel
in Ordnung" im Kulturmuseum St.
Gallen 2023/2024.

Zusammenfassung

In vier Artikeln werden die Auswirkungen des Schaffens von Johannes Kepler und Jost Bürgi auf Wissenschaft und Technik unserer Zeit erläutert. Es zeigt sich an Beispielen aus der Volkswirtschaftslehre, der theoretischen Physik, der Astronomie und der industriellen Vermessungstechnik, dass die historischen Beiträge Keplers und Bürgis viel stärkeren Einfluss auf unsere heutige Zeit haben als bislang angenommen wurde.



Die beiden Figuren zeigen beispielhaft den erzielten Fortschritt in der Astronomie, der zwischen 1600 und heute erzielt wurde. Links eine Skizze aus Keplers handschriftlich erhaltenen Studien, in der verschiedene von Tycho Brahe beobachtete Stellungen des Mars in Bezug zur kreisförmigen Erdbahn zu sehen sind, die ihn dann zur Annahme elliptischer Bahnen führte¹. Rechts der Herschel Satellit, der von 2009 bis 2012 grosse Datenmengen für die Astronomie und Astrophysik lieferte, die neue Erkenntnisse über die Bildung von Sternen ermöglichten. Darauf wird in Kap. 4.1.1 kurz eingegangen.



¹ Bild zur Marsbahn aus Band XX, Teilband 2, Seite 132 der Gesammelten Werke Keplers

Impressum

Dieses Sonderheft ist eine Ergänzung zum Museumskatalog der Ausstellung "Schlüssel zum Kosmos - Jost Bürgi (1552 - 1632) bringt den Himmel in Ordnung" im Kulturmuseum St. Gallen 2023/2024. Es geht vertieft auf einige Aspekte von Bürgis Wirken ein.

Redaktion

Bernhard Braunecker

Autoren

Roman Boutellier, Bernd Braunecker, Aurora Sicilia-Aguilar, Bernhard Braunecker

Layout und Satz

S. Albietz

Herausgeber:

Jost-Bürgi-Initiative und Jost-Bürgi-Stiftung Lichtensteig

Druck:

Werner Druck & Medien AG, Leimgrubenweg 9, 4053 Basel

Grusswort 1

Die 2016 im toggenburgischen Lichtensteig, dem Geburtsort Jost Bürgis, gestartete Initiative, seine historische Leistung vermehrt ins Licht der Öffentlichkeit zu tragen, kann auf bemerkenswerte Erfolge verweisen¹. Das alljährlich veranstaltete Symposium findet mittlerweile internationale Beachtung, die sogar bis in die USA reicht. So wurde anlässlich eines Symposiums der National Association of Watch and Clock Collectors am 20./21. Oktober 2022 die wohl bedeutendste Privatbibliothek zur Uhrmacherkunst von Fortunat Mueller-Maerki der Horological Society of New York geschenkt und ist als ‚Jost Buergi Research Library‘ öffentlich zugänglich².



Jost Bürgi (1552 - 1632)

Zeitgleich begannen die Vorbereitungen zu einer grossen Bürgi Sonderausstellung 2023/2024 im Kulturmuseum St. Gallen unter der Leitung von dessen Direktor Dr. Peter Fux, die wiederum eingebettet ist in einer konzertierten Aktion weiterer Museen unter dem Motto ‚Mensch und Universum‘³.

Schliesslich wurde Lichtensteig im Januar 2023 mit dem vom Schweizer Heimatschutz verliehenen Wakkerpreis⁴ für seine beispielhafte Ortsbildgestaltung ausgezeichnet. Dabei wurde nicht nur das historische Stadtbild berücksichtigt, sondern auch die durch die Bürgi Aktivitäten ausgeübte ‚Pfleger des immateriellen Kulturerbes‘⁵.

Vergleicht man Bürgi mit anderen historisch bedeutsamen Personen, so sind zwei Tatsachen bemerkenswert; zum einen seine Zusammenarbeit mit Johannes Kepler und Tycho Brahe, und zum anderen, dass seine Erfindungen der Präzisionsmechanik (Uhren, Globen), aber auch seine Rechenmethoden Auswirkungen bis in unsere Zeit haben. In der Bürgi Ausstellung wird den historischen Fakten Rechnung getragen, während diese Ausgabe, herausgegeben von der Jost-Bürgi-Initiative und der Jost-Bürgi-Stiftung, den Auswirkungen Bürgischen Schaffens bis in unsere Zeit nachgeht.

Als Stadtpräsident und Vorsitzender der Jost-Bürgi-Initiative wünsche ich Ihnen viel Freude beim Kennenlernen des historischen und des neuzeitlichen Bürgis. Es würde mich freuen, Sie bei Gelegenheit persönlich im historischen Lichtensteig begrüssen zu dürfen.

Mathias Müller, Stadtpräsident Lichtensteig

¹ <https://www.jostbuergi.com/>

² <https://www.jostbuergi.com/new-york/>

³ <https://kulturmuseumsg.ch/ausstellungen/Buergi2023.php>

⁴ Der Wakkerpreis ist ein durch den Schweizer Heimatschutz verliehener Preis, mit dem politische Gemeinden in der Schweiz für beispielhaften Ortsbildschutz ausgezeichnet werden.

⁵ <https://www.heimatschutz.ch/wakkerpreis>

Grusswort 2

Die Jost-Bürgi-Stiftung begrüsst, dass das Werk von Jost Bürgi nicht nur aus historischer Sicht, sondern wie in diesem Sonderheft auch aus heutiger Sicht kritisch beurteilt und gewürdigt wird. Es ist erstaunlich, was Bürgi (scherzhaft auch der ‚schlaue‘ Mensch vom Toggenburg genannt in Anlehnung an den bekannteren Ulrich Bräker, dem ‚armen‘ Mann vom Toggenburg¹), geleistet hat und wie unverstänlich deshalb seine bisherige weitgehende Ignorierung durch die Geschichtsschreibung zu sehen ist.

Der Jost-Bürgi-Initiative in Lichtensteig gebührt Dank, die Verdienste Bürgis durch Organisieren eines alljährlichen Symposiums ins rechte Licht zu stellen. Die Sonderausstellung im Kulturmuseum St. Gallen und das hier vorliegende Sonderheft sind weitere wichtige Schritte, Bürgi die ihm zustehende gerechte Beurteilung zukommen zu lassen.

René Stäheli, Präsident der Jost Bürgi-Stiftung

¹ https://de.wikipedia.org/wiki/Der_arme_Mann_im_Tocken_burg

Inhalt

1	Einführung	6
2	Jost Bürgi: Innovationen und Cluster, damals und heute	8
3	Warum Ellipsen? Wie die Abkehr von Kreisbahnen unser Naturverständnis bis heute prägt	12
3.1	Newton: Formalisierung der Bewegung durch Kräfte	13
3.2	Lagrange: Potentiale und Bewegung als Minimierung der Wirkung	15
3.3	Hamilton: Wiedereinführung der Bewegungsgleichung als Zeitverschiebungsoperation	17
3.4	Noether: Äquivalenz von Symmetrie und Erhaltungssatz	18
3.5	Fazit	19
4	Die Zeitmessung als autonomes Mittel in der modernen Astronomie	21
4.1	Ein bisschen Geschichte	21
4.1.1	Planeten, Bewegung und die „Fixsterne“	21
4.1.2	Die „Fixsterne“	21
4.1.3	Die Geschichte des Sonnensystems	22
4.2	Die technologischen Herausforderungen der Himmelsbeobachtungen	22
4.2.1	Lichtsammlung	23
4.2.2	Farbe, Temperatur, Raum	24
4.2.3	„Mobilis in Mobile“ – Zeit als Mittel zur Raumvermessung	25
4.2.4	Zeitaufnahmen des Universums mit astronomischen Objekten: Pulsare	27
4.3	Licht aus der Vergangenheit	27
4.3.1	Spiegel und Rauch	27
4.4	Bürgi und darüber hinaus: die künftige Rolle der Zeit in der Astronomie	28
5	Triangulation, von Bürgi bis Leica	30
5.1	Zusammenfassung	30
5.2	Einleitung	30
5.3	Klassische Triangulation wie zu Zeiten Bürgis	31
5.4	Der menschliche Gesichtssinn, Triangulation für schnelle Objekterfassung	31
5.5	Luftbildphotogrammetrie, Triangulationsbasis in den Wolken	32
5.6	GNSS (Global Navigation Satellite Systems), Triangulationsbasis im Weltraum	33
5.7	LOPS, Triangulation unter der Erde mittels LIDAR	34
5.8	Sensor Fusion von Abbildung und Lidar	35
5.9	Lidar Triangulation im modernen Maschinenbau	35
5.10	Anhang	36
6	Galerie	38

1 Einführung

Die um 1600 in Prag erfolgte Zusammenarbeit von Johannes Kepler, Jost Bürgi und Tycho Brahe gilt als Meilenstein in der Geschichte der modernen Naturwissenschaften. Kepler, der geniale Wissenschaftler; Bürgi, der aussergewöhnliche Pragmatiker und Brahe, der gut vernetzte Manager, kooperierten trotz mancher persönlicher Reibungen in sich gut ergänzender Weise. Dennoch fällt ein Schatten auf das Wirken dieses Dreigespanns, denn während die Leistungen Keplers und Brahens zu allen Zeiten, und dies völlig zurecht, gewürdigt wurden, war dies bei Bürgi unverständlicherweise nicht der Fall. Um einerseits diese Schiefelage der Geschichte zu korrigieren, andererseits auch auf die hochinteressante Zusammenarbeit Bürgis und Keplers einzugehen, bildete sich 2015 die Jost-Bürgi-Initiative in Lichtensteig im Kanton St. Gallen, dem Geburtsort Bürgis. Sie organisiert ab 2016 alljährlich ein Symposium für Historiker, um neue Erkenntnisse über Leben und Werk Bürgis und seines Umfelds vorzustellen.



Abbildung 1-1: Johannes Kepler (1571 - 1630)

Ab 2020 wurde zusätzlich das Jost-Bürgi-Zukunftsforum eingeführt, bei dem innovative Technologieansätze von Experten aus erster Hand erläutert werden. Dabei wird immer wenn möglich ein historischer Rückgriff auf das Wirken von Bürgi, Kepler und Zeitgenossen hergestellt. Das liegt insofern nahe, da die wissenschaftlich-technischen Leistungen dieser Epoche

sich in vielen Bereichen wie in der heutigen Astronomie und im Vermessungswesen erkennen lassen. Bei Kepler kommt hinzu, dass er massgebend die Entwicklung der modernen Physik beeinflusste und dies viel stärker als es bislang in der Öffentlichkeit wahrgenommen wurde. Im Folgenden soll deshalb das wissenschaftliche ‚Erbe‘ Keplers und Bürgis aus verschiedenen Blickwinkeln der modernen Naturwissenschaften und der Technik betrachtet werden.

Nur wenige wissen, dass Bürgi mit seinen Instrumenten die Zeit- wie die Bogensekunde als verlässlich messbare Grössen einführte, und dass seine algorithmischen Methoden und hier vor allem der Logarithmus rechenintensive astronomische Beobachtungen effizienter auswerten liessen. Damit leistete er nicht nur wichtige Vorarbeiten für heutige Vermessungs- und Navigationstechnologien, sondern in seiner Person spiegelt sich auch die heutzutage erforderliche Hard- und Softwarekompetenz wider.

Bürgi hätte sich sicherlich nicht träumen lassen, dass seine Heimat Ostschweiz mittlerweile nicht nur als

Zentrum der Präzisionsmesstechnik in der Schweiz gilt, sondern dass auch der gesamte Bodensee-raum mit all seinen Hightech-Industrien der Luft- und Raumfahrt, der Medizinaltechnik, der Robotik und des Maschinenbaus zu den attraktivsten Regionen der EU gehört.

Somit ist nicht verwunderlich, wenn in diesem Heft auf die sowohl ideelle, geographische wie apparative Nähe von Bürgis Lichtensteig zu Heerbrugg, dem Sitz der Firma Leica Geosystems eingegangen wird. Dieses heutzutage zum schwedischen Konzern Hexagon gehörende Grossunternehmen der Optik wurde im Jahr 1921 unter den Namen Wild Heerbrugg vom Vermessungspionier Heinrich Wild aus dem ostschweizer Kanton Glarus gegründet. Die Bürgi Renaissance wurde durch den früheren Leica Mitarbeiter und Bürgi Biographen Fritz Staudacher eingeleitet, und das Erbe Bürgis findet man in allen Leica Instrumenten wieder, seien sie auf optischer oder auf Satellitentechnik beruhend.

Interessant waren aber auch die sozialen Umstände in Bürgis Leben. So schildert im folgenden Kapitel 2 der Mathematiker **Roman Boutellier**, früher auch in der Geschäftsleitung von Leica Geosystems und anschliessend als Vizepräsident der ETH Zürich tätig, dass sich Bürgi als Autodidakt und ohne Lateinkenntnisse nur deshalb in der wissenschaftlichen Welt durchsetzen konnte, weil er pragmatisch und in kleinen Schritten stets zielorientiert vorging. Er erarbeitete sich starke Kompetenzen im Instrumentenbau und in der Rechenmethodik, die er geschickt zum richtigen Zeitpunkt im richtigen Umfeld, sei es in Kassel oder in Prag, einsetzte. Bürgi gehört, laut Boutellier, zu den grossen Innovatoren der Geschichte, denn *"...Innovation lebt vom unbändigen Verbesserungs-willen einzelner Ausnahmekenner, die in fokussierten Clustern die nötige breite Unterstützung finden."*

Im Kapitel 3 betrachtet **Bernd Braunecker**, theoretischer Physiker an der Universität St. Andrews (UK), die epochalen Auswirkungen, die durch Keplers Gesetze ausgelöst wurden. Keplers Erkenntnis, dass Planetenbahnen Ellipsen seien, bildet entgegen einer häufigen Darstellung nicht einen Abschluss in der korrekten Beschreibung des Sonnensystems. Vielmehr steht diese Leistung am Anfang einer Entwicklung, die über Newton, Lagrange, Hamilton und Noether nicht nur direkt zum Fundament der modernen Physik führt, sondern auch zum formellen Werkzeug, auf dem unsere heutige Technologie beruht.

Solche Entwicklungen werden allerdings nur angestossen, wenn erkannt wird, dass der momentane Wissenstand im Widerspruch zu neuen Beobachtungen steht. Ausschlaggebend sind zumeist technologische Fortschritte, mit denen präzisere Messungen erlangt werden können. In der Astronomie wird das

der Öffentlichkeit sehr gut veranschaulicht durch die Entwicklung von immer leistungsstärkeren und grösseren Teleskopen, die immer tiefere Einblicke ins Universum erlauben, welche wiederum die Erweiterung des gängigen Verständnisses fordern. Aber eine höhere räumliche Auflösung, wie sie grössere Teleskope erbringen, kann nur einen Teil des Gesamtbildes erreichen. Bereits für Kepler war die Präzision der Zeitmessung massgebend, die durch Neuerungen in der Uhrenentwicklung wie durch Bürgi ermöglicht wurde. Die Verfeinerung der Zeitmessung ist ein ständiger Begleiter in der Wissenschaft geblieben, wurde aber vorwiegend als nötiges Hilfsmittel angesehen.

Im vierten Kapitel beschreibt **Aurora Sicilia-Aguilar** von der Universität Dundee (UK) hingegen, wie sich das in den letzten Jahren in der Astronomie massgeblich geändert hat. In vielen neuen Messmethoden wird die Zeit als primärer Informationsträger verwendet. Dadurch können fundamentale Erkenntnisse über zum Beispiel die Prozesse der Sternbildung gewonnen werden, die selbst mit höchstauflösenden Teleskopen nicht erfassbar wären, aber durch eine intelligente Verwendung der Zeitinformation selbst durch kleinere Teleskope zugänglich werden.

Schliesslich wird im Kapitel 5 von **Bernhard Braunecker**, früher bei Leica Geosystems für die Optikentwicklung zuständig, gezeigt, dass das von Bürgi

praktizierte geometrische Triangulationsverfahren zur Distanzmessung auch heute in vielen modernen Vermessungsgeräten zur Anwendung gelangt, sei es auf optischer Technik beruhend oder satellitenbasiert. Auch hier kann die Grundidee der Triangulation, nämlich die simultane Informationserfassung von verschiedenen Zielobjekten, ausgeweitet werden auf die kohärente, das heisst phasenkonstante Erfassung von Einzelelementen eines Kollektivs wie z.B. von Navigationssatelliten, oder wie sie im Kapitel 4 angesprochen werden.

Das letzte Kapitel zeigt zur Abrundung ein paar Impressionen früherer Bürgi Symposien.

Es ist das Anliegen der Autorin und der Autoren, ihre Ausführungen so zu gestalten, dass ein ‚roter‘ Faden aus stetigen Evolutionsschritten von Kepler und Bürgi durch die Jahrhunderte bis heute erkennbar wird. Kepler und Bürgi waren aussergewöhnliche Innovatoren ihrer Zeit, aber sie stehen auch am Anfang bedeutsamer naturwissenschaftlich-technischer Erkenntnisse und Evolutionen.

Rebstein, August 2023

Bernhard Braunecker, Mitglied der Jost-Bürgi Initiative

2 Jost Bürgi: Innovationen und Cluster, damals und heute

Roman Boutellier

1 583 besucht Giordano Bruno Oxford, wo seit 150 Jahren jeder Master, der eine abweichende Meinung zum Organum von Aristoteles äusserte, mit 5 Schillingen gebüsst wurde [1]. Knapp 20 Jahre später endet er auf dem Scheiterhaufen in Rom. Etwas gnädiger ist das Schicksal mit Theophrastus Bombastus von Hohenheim, besser bekannt als Paracelsus, 1492 – 1541, „The Wandering Swiss Doctor“. Er verbrennt zwar öffentlich die kanonischen Bücher der Medizin in Basel, reist aber ständig weiter und entgeht damit immer wieder einer grösseren Strafe [2]. Wir alle kennen auch das Schicksal von Galilei, der im Hausarrest stirbt. Das sind drei Stimmen des Umbruchs, der Innovation, im Übergang vom Mittelalter in die Renaissance und Aufklärung, die wir alle kennen.

Weniger bekannt ist, dass der Rat der Stadt Nürnberg 1403 einen neuen Apparat zum Drahtziehen verbietet und die Innovatoren schwören lässt, dass sie ihre Maschinen abbrechen und „*dieselbe kunst iemer treiben und auch niyemanden leren, die weil sie leben*“ [3]. Immerhin gelang es Nürnberg mit solchen Massnahmen die Vorrangstellung im Drahtziehen bis

1530, über 100 Jahre, zu bewahren. Weil es weder Copyright noch Patente gab, war Geheimhaltung das einzige Mittel, Innovationen zu schützen. Mitte des 16. Jahrhundert muss sich der Rat mit neuen Wasserrädern herumschlagen, die Hans Speidel erfunden hat. Aber der Rat kann die Innovation nicht mehr einfach verbieten: Er kauft sie dem Erfinder ab mit der Auflage „*seins handwerks zu warten, ... und sein lebenslang kein handwerks oder ander müewerg visier und muster zu machen...*“ Die Macht der Zünfte ist nach wie vor stark, Erfinder haben ein hartes Leben, ausser sie bewegen sich in Gebieten, die kommerziell unbedeutend sind. Neue Technologien wie die Uhrmacherei werden zuerst bestehenden Zünften angeschlossen. So wird ein Uhrmacher 1441 in Augsburg bei den Schmieden aufgenommen [4]. Im 16. Jahrhundert gelingt es den Uhrmachern fast überall, sich als eigenständiges Gewerbe mit eigenen Ordnungen durchzusetzen. Erst zu Beginn des 17. Jahrhunderts schlägt die Stimmung um: Erfinder bekommen Patente zugesprochen. Die Gesellschaft beginnt das Neue zu schützen, das zukünftige Potential, und verteidigt weniger das Hergebrachte.

In dieser Zeit des Umbruchs, die Kartoffel und die Tomate erreichen Europa, macht Jost Bürgi seine Lehrjahre, besucht 1576 wahrscheinlich die technische Metropole Nürnberg, und erhält mit knapp 30 Jahren 1579 seine erste bedeutende feste Anstellung in Kassel bei Wilhelm dem Weisen. Nürnberg hat eine für die damalige Welt einzigartige Versammlung von Handwerkern, Gewerbetreibenden, Kaufleuten, Kosmographen und Künstlern. „*Arbeitsteilung zwischen einzelnen Handwerkern zeichnet die grossen Gewerbestädte aus, von denen Nürnberg vom 16. bis 18. Jahrhundert unverändert die vielseitigste war*“ [5]. Bürgi wird in Kassel, nicht allzu weit von Nürnberg, Nachfolger von Hans Bucher und Eberhard Baldewein, beides begnadete Handwerker und Uhrenmacher. Er trat in grosse Fußstapfen, hatte doch Baldewein bereits 1561 ein astronomisches Automatenwerk auf der Grundlage des geozentrischen Weltsystems gebaut, das die Planetenlaufbahnen voraussagen konnte. Diese sogenannte Wilhelmsuhr galt als das bedeutendste mechanisch - astronomische Kunstwerk seiner Zeit [6].

„*Die Uhr, nicht die Dampfmaschine, ist die Schlüsselmaschine des modernen Industriezeitalters*“ urteilt der bekannte Wissenschaftshistoriker Mumford [7]. Uhrwerke spielten eine entscheidende Rolle im Wandel zum heliozentrischen Weltbild. Die von Uhren angetriebenen Himmelsgloben ermöglichten die analoge Berechnung der Bewegungen aller bekannten Himmelsgestirne und wurden so zum Symbol der naturgesetzlichen Abläufe, aber auch Gleichnis für die



Abbildung 2-1: Hauptrouten der europäischen Fernhandelsverbindungen im 15. und 16. Jahrhundert.
a) Kassel, b) Prag, c) Nürnberg, d) Augsburg, e) Lichtensteig
Propyläen Weltgeschichte [12]

Weltharmonie, den vollständigen Einklang von Herrschaft, Zeit und Kosmos [8]. Gleichzeitig unterstützen diese Geräte die Astrologie. Für Kepler ist die Sterndeutekunst „die närrische Tochter der Astronomie“. Zeitweise muss er damit sein Geld verdienen: „Und seynd sonsten der mathematicorum salaria so seltzam und gering, dass die Mutter gewisslich Hunger leyden müsse, wann die Tochter nichts erwürbe“ [9].



Abbildung 2-2: A. Dürer, Trend zur Naturdarstellung, gepaart mit Originalität und persönlicher Erfindungsleistung.

Wer den Lauf der Gestirne voraussagen kann, der kann auch den Lauf der menschlichen Schicksale voraussagen. Bürgi hat, soviel wir wissen, sich nie gross um Astrologie gekümmert. Geholfen hat ihm dabei seine Unkenntnis des Lateinischen: „Die meisten astrologischen Schriften sind in lateinischer Sprache abgefasst. Geheimwissenschaften müs-

sen eine Geheimsprache haben, und das Lateinische galt bei den meisten Laien als eine solche“ [10]. Bürgi hat wie Kepler versucht, eine möglichst grosse Übereinstimmung von Beobachtung und Voraussagen zu erreichen. Mit seinen immer genaueren Geräten verbessert er die Sinneswahrnehmung. Seine mechanischen Modelle machen die Himmelserscheinungen begreifbar und vor allem berechenbar. Die Uhr erhält mit Jost Bürgi den ersten Einsatz als Messinstrument in der Wissenschaft. Er baut um 1580 in Kassel die erste mechanische Sekundenuhr und kann damit die reine Winkelmessung in der Astronomie durch Zeitmessung ergänzen und teilweise sogar ersetzen. Damit nähert er sich dem allgemeinen Trend in der Kunst seiner Zeit, die Naturtreue ergänzt mit persönlicher Erfindungsleistung und Originalität [11].

Mit der Anstellung in Kassel beginnt 1579 ein wissenschaftlich-technisch geprägtes Leben im Viereck Kassel, Augsburg, Nürnberg und Prag. Diese Städte liegen alle an den intensivsten Handelsrouten Europas [12] und profitieren deshalb vom internationalen Austausch, aber auch von den reichen Fürsten und Mäzenen, die grössere Sammlungen von künstlerischen Werken anlegten und die Bildung von handwerklichen Zentren, von „Clustern“, unbeabsichtigt stark unterstützten. Die Universitäten spielten bei der technischen Entwicklung bis ins 19. Jahrhundert eine untergeordnete Rolle, sie konzentrierten sich stark auf Grundlagen [13]. Zudem wurde das technische Wissen, damals wie heute, vor allem im direkten persönlichen Kontakt weitergegeben. Ein Freund von Erasmus, Juan Louis Vives, ruft in seiner Schrift „*De*

causis corruptarum artium“ von 1531 die Gelehrten auf, in die Werkstätten zu gehen: „Die Kenntnis der Natur finde sich keinesfalls in den Händen der Philosophen, oft würden Bauern und Handwerker sie besser kennen“ [14]. Wissenschaft lebt von Publikationen, Technik ist in den Köpfen der Ingenieure und wird von den Unternehmen vertraulich oder sogar geheim gehalten, ein Grundsatz, der bis heute gilt.



Abbildung 2-3: Anomalienuhr 1591, reich verziert. Viele dieser Instrumente weisen nur geringe Gebrauchsspuren auf. Sie waren für Sammlungen bestimmt.

Der schriftliche technisch-wissenschaftliche Gedankenaustausch findet bereits im 16. Jahrhundert nicht mehr nur in Lateinisch statt, sondern auch in den Landessprachen. So wird das grundlegende Werk für Metall- und Bergbaukunde von Agricola, „*De re metallica*“, 1557 in Basel übersetzt und in deutscher Sprache gedruckt. Jost Bürgi hat sich nie bemüht, lateinisch zu erlernen. Einige wichtige Werke haben Kollegen für ihn übersetzt und sehr vieles hat er sich selber erarbeitet. Man darf allerdings nicht vergessen, dass sich nach Ansicht des Anarchisten unter den modernen Philosophen, Paul Feyerabend, die neuen Ideen zuerst in allgemeiner Literatur „besonders bei Leuten verbreiteten, die wegen Unkenntnis des Lateinischen von den meisten Tätigkeiten ausgeschlossen waren, sich aber für ihre

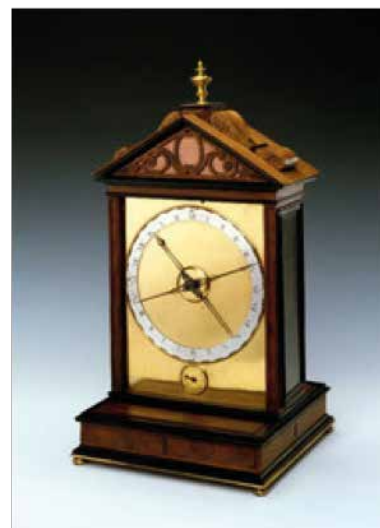


Abbildung 2-4: Sekundenuhr um 1580, wenig Verzierungen, ein Messinstrument.

manchmal ungeheuer schwierigen praktischen Unternehmungen irgendwie Wissen aneignen mussten...“ [15]. Tatsächlich ist es ein Volksbuch „das uns das älteste Zeugnis der Verbreitung der kopernikanischen Lehre bietet“. Es handelt sich um die 1552 veröffentlichten **Marmi** des Francesco Doni [16].

Jost Bürgi findet mit seinen handwerklichen Fähigkeiten rasch grosse Anerkennung im astronomischen Zentrum von Wilhelm dem Weisen. Er bemüht sich um höchste Präzision seiner Geräte und macht gleichzeitig grosse Fortschritte in der Miniaturisierung und Vereinfachung. Diese Prinzipien leiten gute 400 Jahre später N. Hayek beim Design des Kleinwagens „smart“ und der Swatch: Reduced to the Max ist seine Devise. Was Bürgi auszeichnet, einzigartig macht: Er ist nicht nur Handwerker, sondern auch ein ausgezeichneter Mathematiker. Seine Geräte beruhen auf den neuesten wissenschaftlichen Erkenntnissen, arbeitet er doch eng mit Kepler zusammen. Nach 1603 arbeiten beide für Kaiser Rudolf dem Zweiten, der in Prag eine grosse Sammlung erstellt und ein breites Spektrum an innovativen Köpfen versammelt hat. Zu diesem Kreis gehören Kepler, Tycho Brahe, aber auch Handwerker wie Habermehl, der Maler Arcimboldo und eben Jost Bürgi. Als schwedische Truppen 1648 Prag einnehmen, stürmen sie als erstes die Burg, um Rudolfs berühmte Kunstkammer leerzuräumen [17].

Vergleich der Himmelsgloben

	Baldewein 1575	Bürgi 1594
Durchmesser der Globuskugel	33.2 cm	14.2 cm
Anzahl Zähne der Kalendergetriebe, (grösstes Rad)	732	293
Anzahl Zähne der Globusgetriebe, (grösstes Rad)	487	211
Tropisches Jahr, Fehler in Bogenminuten	15	9

Tabelle 2-1: Vergleich Himmelsgloben Baldewein – Bürgi

Wie ersichtlich, sind Bürgis Instrumente kleiner, präziser und einfacher. Das Uhrwerk im kleinen Himmelsglobus ist gerade noch ca. 6 cm lang [8, S. 30].

Die Geräte von Jost Bürgi sind in moderner Sprache ausgedrückt „analoge Computer“, die es ermöglichen, astronomische und mathematische Fragestellungen rasch und präzise zu lösen. Dazu entwickelt er eigene Rechenmethoden, sogar die Logarithmen, die nach Pierre Simon de Laplace das „Leben der Astronomen verdoppelt haben“ [18] und ohne die Kepler wohl kaum seine unendlich aufwendigen Rechnungen zur Marsbahn hätte durchführen können [19]. Bürgi bemüht sich im Instrumentenbau um eine möglichst hohe Funktionalität, nicht nur um Formen, die damals für die fürstlichen Mäzene so wichtig waren, weil sie die Verbindung von wissenschaftlicher Erkenntnis und politischer Macht zeigen sollten. So sind seine Sekundenuhren ganz im Gegensatz zu seinen

übrigen Werken schlicht und einfach gebaut, ohne große Verzierungen.

Wie konnte Jost Bürgi als einfacher Bauernsohn eine so große Leistung als Innovator erbringen? Die Voraussetzungen waren damals ähnlich wie heute: Die heutige Robotik kommt den Werken von Bürgi wohl am nächsten. Dazu braucht es Software, Machine Learning und Präzisionsmechanik, also Mathematik und Handwerk. Der einzige Cluster weltweit, wo alle diese Fähigkeiten auf engem

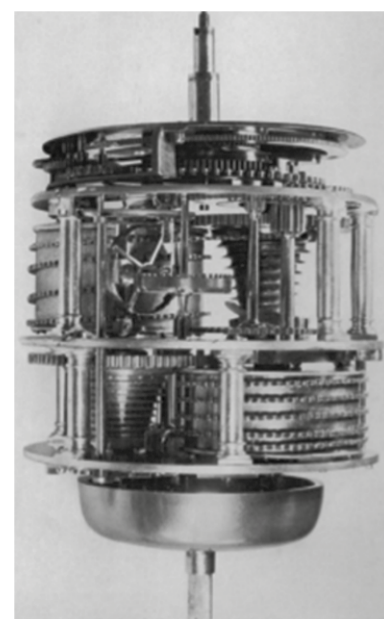


Abbildung 2-5: Uhrwerk des kleinen Himmelsglobus von Jost Bürgi, 1594 (aus [8, S. 45]).

Raum vorhanden sind, ist die gleiche Region, die auch zu Bürgis Zeiten das Zentrum der astronomischen Geräte war. Ein Zufall? Wohl eher nicht, wenn man die Entwicklung der letzten 400 Jahre vorüberziehen lässt. Im Silicon Valley, allgemein anerkannter Prototyp eines Innovationsclusters, fehlt die Präzisionsmechanik.

Cluster haben heute wie zu Bürgis Zeiten eine zentrale Rolle für Innovation. Trotz Digitalisierung und Internet spielen die persönlichen Kontakte auch heute eine ausschlaggebende Rolle. Allerdings werden sie seit der Gründung der Polytechnischen Universitäten im Zuge der Französischen Revolution stark angetrieben durch technische Universitäten. Staatliche Mäzene und die Finanzierung durch reiche Individuen wurden weitgehend abgelöst durch generelle staatliche Finanzierung in der Grundlagenforschung und durch Unternehmen in der Realisation von neuen Techniken.

Newton, Kepler, Bürgi, aber auch Edison und Steve Jobs, sie alle stammen aus ganz einfachen Verhältnissen. Ihre Fähigkeiten wurden früh von ihren Lehrkräften erkannt und man hat sie gefördert. Die Gesellschaft war und ist für Techniker und Wissenschaftler nach oben offen, wenn man Glück hat. Nach Alfred North Whitehead ist die Innovation der Innovation die grösste Innovation des 19. Jahrhunderts [20]. Sie lebt nach wie vor vom unbändigen Verbesserungswillen einzelner Ausnahmekonner, die in fokussierten Clustern die nötige breite Unterstützung finden.

Literatur

- [1] K. Devlin, 2000, The Language of Mathematics, New York, Henry Holt, p 58
- [2] A. Debus, 1978, Man and Nature in the Renaissance, Cambridge, Cambridge University Press
- [3] W. van den Daele, in Peter Weingart, 1989, Technik als sozialer Prozess, Frankfurt, Suhrkamp, p 199
- [4] K. H. Ludwig, V. Schmidtchen in W. König, Propyläen Technikgeschichte, Frankfurt, Ullstein 1992, p 570
- [5] R. Walter 2006, Geschichte der Weltwirtschaft, Köln, Böhlau UTB, p 132
- [6] K. H. Ludwig Op zit p 561
- [7] L. Mumford, Technics and Civilization, San Diego, Harvest Books, 1934, p 14
- [8] J. H. Leopold, K. Pechstein, 1977, Der Kleine Himmelsglobus, Luzern, Edition J. Freimersdorf, p 7
- [9] J. Kepler, 1610, Tertius interveniens, Frankfurt am Main, Tampach
- [10] L. Olschki, 1922, Geschichte der neusprachlichen wissenschaftlichen Literatur, Zweiter Band, Leipzig, p 261
- [11] A. Tönnemann, 2007, Die Kunst der Renaissance, München, C. H. Beck, p 88
- [12] K. H. Ludwig, Op zit p 500, 501
- [13] M. B. Hall, The Scientific Renaissance 1450 – 1630, Toronto, Dover, p 240
- [14] E. Garin in Golo Mann, A. Nitschke, 1986, Propyläen Weltgeschichte, Frankfurt, Ullstein, Band 6, p 512
- [15] P. Feyerabend, 1983, Wider den Methodenzwang, Frankfurt, Suhrkamp, p 198
- [16] L. Olschki, Op zit p 134, 135
- [17] A. Tönnemann, 2007, Die Kunst der Renaissance, München, C. H. Beck, p 130, 131
- [18] P. S. de Laplace, Exposition du système du monde, Livre V, chapitre IV, Originalausgabe 1796
- [19] O. Gingerich, 1993, The Eye Of Heaven, New York, AIP, p 357 ff
- [20] A. N. Whitehead, 1925, Science and the Modern World, New York, The Free Press, p 96

Roman Boutellier

Er promovierte in Mathematik an der ETH in Zürich, und wechselte nach einem Jahr am Imperial College in London und zwei Himalaya-Expeditionen in die Industrie: Zuerst als Optikrechner bei Kern in Aarau, dann bei Leica in Heerbrugg als Leiter Technik, Mitglied der Geschäftsleitung. 1993 wurde er an die Hochschule St. Gallen HSG berufen, als Professor für Innovation und Logistik. Sechs Jahre später kehrte er in die Industrie zurück, als CEO der Firma SIG in Neuhausen. 2004 übernahm er die Professur für Technologiemanagement an der ETH und wechselte 2008 in die Schulleitung der ETH, Vizepräsident Personal und Ressourcen. Er ist nach wie vor eng mit der Wirtschaft verbunden und oft unterwegs in den Bergen.

3 Warum Ellipsen? Wie die Abkehr von Kreisbahnen unser Naturverständnis bis heute prägt

Bernd Braunecker

Die Erkenntnis, dass die Umlaufbahnen der Planeten besser durch Ellipsen und nicht durch Kreisbahnen oder Kombinationen von Kreisbahnen beschrieben werden, markiert eine radikale Änderung unseres Verständnisses des Sonnensystems, die wir nach ihrem Urheber das Keplersche Weltmodell nennen. Ermöglicht wurde dieser Durchbruch durch die markante Verfeinerung der damaligen Beobachtungs- und Rechenmethoden, die durch Tycho Brahe und Jost Bürgi erarbeitet wurden. Vielleicht kam auch ein gewisser Grad an Frustration ins Spiel, dass sich die neuen, besseren Daten nicht mit dem gängigen Verständnis in Einklang bringen liessen. Durch das Postulat der anders geformten Planetenbahnen liessen sich die Beobachtungen nun besser erklären. Aber damit kam zwingend eine neue Frage auf. Warum gerade Ellipsen? Kreise, Quadrate und auch platonische Körper weisen eine Regelmässigkeit auf, eine Symmetrie, die sich vielleicht ästhetisch begründen lässt. Eine Ellipse hingegen ist ein gequetschter Kreis. Eine neue Begründung dieser Form musste gefunden werden, und das löste eine Entwicklung aus, die unser Naturverständnis bis heute in unvorhersehbarem Ausmass prägt.

In diesem Kapitel wollen wir dieser Entwicklung nachgehen. Wir wollen dazu einen strikt modernen Blickwinkel einnehmen, so dass die Errungenschaften in ihrer heutigen Bedeutung eingeordnet werden können. Zwei Aspekte werden sich als massgeblich her-

ausstellen. Erstens war ein substantieller Fortschritt in der Mathematik erforderlich. Bürgis verbesserte Rechenmethoden waren bereits entscheidend für Kepler. Zum tieferen Verständnis der Planetenbewegung war aber viel mehr neue Mathematik nötig, und ein Grossteil dieser Mathematik wurde genau deswegen hergeleitet. Dieses wiederum führte zu einem tieferen Verständnis der Naturgesetze und der Physik, und dadurch schliesslich auch zur existentiellen Grundlage für all unsere heutige Technologie.

Zweitens brauchte es Menschen, die fähig und bereit waren, sich von zeitgenössischen Normen zu lösen und dem Naturverständnis einen Schub vorwärts zu verpassen. Ernst Mach bezeichnet das treffend als *Phantasieleistungen*, die den sonstigen Fortschritt der *Verstandesleistungen* innerhalb des aktuellen Verständnisses punktwiese unterbrechen¹. Wir wollen die folgende Diskussion an einigen dieser Menschen ausrichten. Auch wenn diese meistens noch nicht die wirklichen Auswirkungen ihrer Leistungen erkennen konnten, brachten sie die Steine ins Rollen, und der somit ermöglichte Fortschritt ist heute jeweils untrennbar mit ihren Namen verbunden. Wir werden, von Johannes Keplers Postulaten ausgehend, uns auf die Neuerungen einlassen, die speziell durch Isaac Newton (1643-1727)², Joseph-Louis Lagrange

1 Mach 1883: S. 177.
2 1642-1726 im julianischen Kalender.

Jahr	Person	Bedeutung
1609	Johannes Kepler (1571 - 1630)	Postulat der Ellipsenbahnen der Planeten, somit Abkehr von idealen Kreisbahnen und der Notwendigkeit, die Planetenbewegungen anders zu begründen. Phänomenologische Aufstellung der drei Keplerschen Gesetze.
1687	Isaac Newton (1643 - 1727)	Vereinheitlichung der Mechanik (Statik und Dynamik von Körpern) in den drei Newtonschen Gesetzen. Erklärung, wie sich Körper durch Kräfte bewegen. Postulat der Form der gravitationellen Anziehungskraft und Einführung der Infinitesimalrechnung zur Bestimmung der Bahnen. Konnte damit die Ellipsenform als Konsequenz der Anziehungskraft bestimmen.
1788 - 1789	Joseph-Louis Lagrange (1736 - 1813)	Abkehr von jeglicher geometrischen Begründung der Mechanik. Ableitung der Newtonschen Formeln aus dem Prinzip der geringsten Wirkung. Einführung von verallgemeinerten Koordinaten. Rückführung von Erhaltungssätzen (durch die Zeit unveränderliche Grössen) auf Symmetrien. Ellipsenbahn wird durch Symmetrien und Erhaltungssätze erzwungen.
1834 - 1835	William Rowan Hamilton (1805 - 1865)	Formalisierung des Prinzips der geringsten Wirkung. Einführung der Hamiltonfunktion als Erzeuger jeglicher Bewegung. Grundlage für systematische Korrekturen der Ellipsenbahnen wegen der vielen sich beeinflussenden Körper. Formalismus konnte im 20. Jahrhundert direkt auf die Quantenmechanik übertragen werden.
1918	Emmy Noether (1882 - 1935)	Beweis der Äquivalenz von Symmetrie und Erhaltungssatz. Folgenreichste Einsicht in die Bedeutung der Struktur des Universums. Von der Ellipsenbahn lassen sich die Symmetrien des Universums ablesen.

Tabelle 3-1: Zeitentwicklung der wichtigen Einsichten in die Struktur der Naturgesetze.

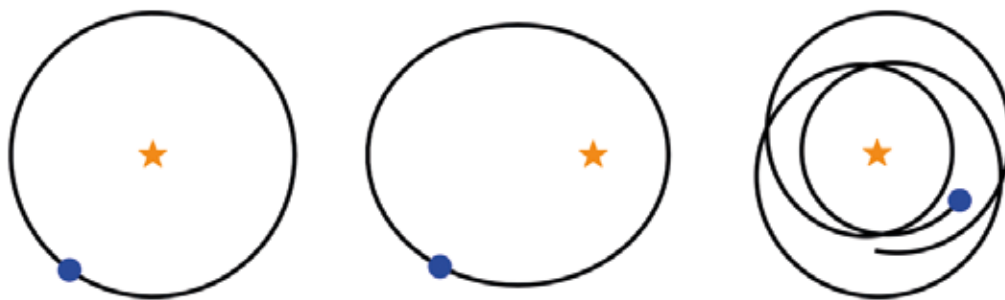


Abbildung 3-1: Beispiele von möglichen Umlaufbahnen eines Planeten um einen Zentralstern: Kreisbahnen (links) oder die aktuelle Ellipsenbahnen der Planeten (Mitte) bilden einfache, geschlossene Kurven. Wenn die Anziehungskraft nur leicht von der Newtonschen Form abweicht (rechts), sind die Kurven nicht mehr geschlossen, und der Planet stürzt irgendwann entweder auf den Stern oder wird ins All geschleudert.

(1736–1813), William Rowan Hamilton (1805–1865) und Emmy Noether (1882–1935) erbracht wurden. Die Leistung dieser vier Personen nimmt eine besondere Stellung ein, die hier gradlinig beschrieben werden soll, auch wenn dadurch viele andere und wichtige Entwicklungen dazwischen unerwähnt bleiben müssen. Eine Zusammenfassung ist in Tabelle 3-1 gegeben. Der Diskussion zugrunde liegt die einfache Frage, warum Planetenbahnen eine Ellipsenform haben. Dieser Frage geht noch eine andere voraus, die in Abbildung 3-1 veranschaulicht wird: Wie kommt es, dass ein Planet, der sich aus irgendeinem Grund um die Sonne bewegt, immer wieder zum gleichen Ausgangspunkt zurückkommt und genau die gleiche Bahn immer wieder neu durchläuft? Das heisst: Weshalb sind die Planetenbahnen durch geschlossene Kurven beschrieben? Bei der Annahme, dass Bewegung prinzipiell kreisförmig sei, ist letztere Frage irrelevant. Aber wenn die Kreisform aufgegeben wird, ist diese Frage grundlegend. Interessanterweise führt uns diese Entwicklung am Ende wieder auf Symmetrien zurück, allerdings in einer unerwartet anderen Form, die genauer erläutert werden soll.

3.1 Newton: Formalisierung der Bewegung durch Kräfte

Kepler konnte aus den ihm vorliegenden Beobachtungs- und Rechen- daten drei Naturgesetze ableiten: Erstens, Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen um die Sonne, wobei die Sonne in einem Brennpunkt der Ellipse sitzt. Zweitens, der von der Sonne zum Planeten gezogene Radius überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen, was eine schnelle Planetenbewegung in Sonnennähe und eine langsame Bewegung in Sonnenferne bewirkt.

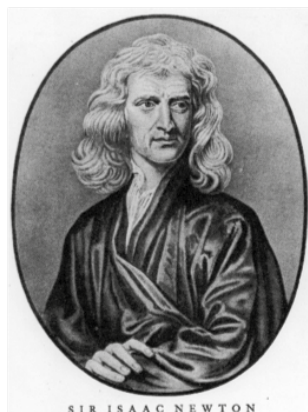


Abbildung 3-2: Isaac Newton (1643 – 1727). Bild: AIP Emilio Segrè Visual Archives

Drittens, die Kuben der grossen Bahnachsen sind proportional zu den Quadraten der Umlaufzeiten. Diese Gesetze wurden phänomenologisch aufgestellt, das heisst, sie wurden rein aus den Beobachtungen abgeleitet, ohne aber zu erklären, was genau sie bewirkte. Einsicht in letzteres erreichte Isaac Newton (Abbildung 3-2), der die Bewegung nicht nur

als von *Kräften* bedingt verstand, was bereits vorher massgeblich für Galileo Galilei und Cristiaan Huygens war, sondern die Kraft als universelles Konzept einführt zusammen mit einer präzisen Vorschrift, wie Kräfte sich auf die Bewegung eines Körpers auswirken. Das Ergebnis fasste Newton in seinen *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* in drei noch heute so formulierten Gesetzen zusammen³:

- Lex I.** Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich gleichförmig in einer geraden Linie, es sei denn, sein Zustand wird durch eine auf ihn ausgeübte Kraft geändert.
- Lex II.** Eine Änderung der Bewegung ist proportional zur angewendeten bewegenden Kraft und findet geradlinig in der Richtung statt, nach welcher die Kraft wirkt.
- Lex III.** Auf eine Aktion folgt immer eine gleiche, gegengesetzte Reaktion: die Wirkung von zwei Körpern aufeinander ist immer gleich gross und immer in entgegengesetzter Richtung.

In diesen einfachen Gesetzen verbergen sich einige revolutionäre Konzepte. Dem ersten Gesetz unterliegt das Postulat, dass Raum und Zeit absolute Grössen sind, so dass sich Ruhe und Bewegung bezüglich dieser eindeutig definieren lassen. Der geradlinigen Bewegung entspricht dann das Prinzip der Trägheit, *inertia*. Ein Körper kommt folglich nicht zur Ruhe, wenn er allein gelassen wird, sondern es bedarf explizit einer Kraft dazu.

Das zweite Gesetz drückt aus, wie genau eine Kraft sich auf die Bewegung auswirkt, und es wird verwendet, um die Bewegungen von Körpern explizit auszu-

³ Newton 1687: S. 11–12. Im Originaltext:

- Lex I.** Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.
- Lex II.** Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa impimitur.
- Lex III.** Actioni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.

rechnen. Es wird heute meistens als $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$ formuliert, wobei $\mathbf{F}$ die Kraft als Vektor (eine Schreibweise des 19. Jahrhunderts), also als ein Objekt beschrieben wird, das einen Betrag und eine Richtung besitzt, wobei der Betrag die Stärke der Kraft bestimmt, und die Wirkungsrichtung der Kraft durch die Vektorrichtung gegeben ist. Die Grösse $\mathbf{a}$ ist der Beschleunigungsvektor und drückt aus, wie stark und in welche Richtung die Geschwindigkeit des Körpers sich *pro Zeiteinheit* ändert. Hinter diesem $\mathbf{a}$ versteckt sich eine mathematische Neuerung, die Infinitesimalrechnung. Da Kräfte stetig wirken und somit stetig die Bewegung beeinflussen, muss die Bewegungsänderung pro Zeiteinheit als Differenz über eine verschwindend kleine (infinitesimale) Zeiteinheit untersucht werden. Newton gelang es zu erkennen, wie die Mathematik entsprechend erweitert werden musste und konnte dieses in seinen *Principia* weitläufig für Berechnungen anwenden, allerdings ohne es beim Namen zu nennen (was dann auch zu einem Prioritätenstreit mit Gottfried Wilhelm Leibniz führte).

Ferner führt Newton in der Ausarbeitung des zweiten Gesetzes den Begriff der Masse m als Proportionalkonstante zwischen Kraft und Beschleunigung ein. Newton definiert die Masse als eine Quantität der Materie, die durch das Produkt von der Dichte und dem Volumen gegeben ist. Auch wenn er dabei auslässt, wie die Dichte dann definiert werden soll, ist der wichtige Schluss, dass ein Körper gleicher Dichte, das heisst aus dem gleichen Material, die doppelte Masse hat, wenn sein Volumen verdoppelt wird. Das hat dann direkte Auswirkung auf die Beschleunigung durch eine Kraft.

Das dritte Gesetz drückt aus, wie sich Körper gegenseitig beeinflussen und setzt als Prinzip fest, dass Wirkung und Gegenwirkung völlig gleich sind. Ein Körper, der einen anderen drückt oder zieht, wird von diesem genau gleich gedrückt oder gezogen. Wenn zum Beispiel die Distanz erhöht werden soll, die ein Stein geworfen wird, muss der Werfer dazu mehr Mühe (d.h. Kraft) aufwenden. Diese intuitive Erfahrung wird hier erstmals quantitativ festgehalten.

Newtons Gesetze bestimmen konkret, wie sich Körper unter jeder Art von Kraft bewegen. Sie allein spezifizieren allerdings die Natur der Kräfte noch nicht. Hier gelang Newton eine weitere Glanzleistung. Er erkannte, dass die Schwerkraft von Körpern auf der Erde die gleiche ist wie die Kraft, mit der die Erde den Mond anzieht. Das weitete er dann auch auf die Kraft zwischen Sonne und Erde aus. Diese Kraft, die Gravitationskraft, wirke sofort auch über grosse Distanzen und sei umgekehrt proportional zum Quadrat der Distanz zwischen zwei Körpern, sowie proportional zum Produkt der Massen der beiden Körper ⁴.

⁴ Es sei hier zu bemerken, dass die Masse, die durch Newtons zweites Gesetz eingeführt wurde, eine träge Masse ist. Diese gibt die Proportionalitätskonstante in der Bewegungsgleichung zwischen Kraft und Beschleunigung an. Im Gegensatz dazu ist die Masse in der Gravitationskraft eine schwere Masse, und es gibt keinen besonderen Grund, warum beide Massen

Die Beschreibung dieser Distanzabhängigkeit brachte Newton in einen weiteren Prioritätenstreit mit Robert Hooke, aber Newton konnte diese Kraft vor allem quantitativ verwerten. Er konnte die Bewegungsgleichungen für zwei sich durch die Gravitation anziehende Körper exakt lösen und somit eine vollständige Begründung der Keplerschen Gesetze liefern, allerdings mit der Verfeinerung, dass die Sonne nicht im Brennpunkt der Ellipse steht sondern der gemeinsame Schwerpunkt von Sonne und Planet. Wegen der riesigen Massendifferenz zwischen der Sonne und den Planeten war jedoch der Unterschied mit den damaligen Mitteln nicht beobachtbar. Mit der heutigen Technik ist diese kleine Bewegung eines Sterns jedoch eine wichtige Methode, um das Vorhandensein von Planeten zu entdecken (siehe Kapitel 4).

Durch seine Arbeit konnte Newton die Vereinheitlichung der gesamten Mechanik erreichen, von der Statik, bei der der fehlende Beschleunigungsterm durch die Kräfteneutralität erklärt werden kann, bis zur Beschreibung mit den gleichen Mitteln der Dynamik von Körpern auf der Erde bis hin zu astronomischen Objekten. Die drei Gesetze gehören zu den wichtigsten Errungenschaften der Physik, und in unveränderter Form erlauben sie uns bis heute, die Bewegung von Körpern in den meisten Situationen auszurechnen. Bemerkenswert ist das Postulat, dass der Raum unbeschränkt sei, und dass in ihm jede Kraft ohne jegliche Zeitverzögerung über alle Distanzen wirke. Diese Fernwirkung der Kraft brachte Newton viel Kritik ein, die er damit konterte, dass seine Prinzipien zu richtigen, überprüfbaren Resultaten führten. Das wird exemplarisch durch die Aussage „*Hypothesen erfinde ich nicht*“ („*hypotheses non fingo*“) belegt, die Newton in einem Zusatz zur Zweitausgabe der *Principia* machte ⁵.

Diese Einstellung an sich ist markant, da sie die Akzeptanz einer Theorie ausdrückt, auch wenn sie gegen die Intuition geht, sofern sie mit den Beobachtungsdaten übereinstimmt. Eingeschränkt wurde das Konzept der sofortigen Fernwirkung erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts durch Albert Einsteins Relativitätstheorien, welche die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Fernwirkung auf die Lichtgeschwindigkeit beschränkten. Für die meisten Anwendungen, und selbst auf die Distanzen im Sonnensystem, spielen aber Korrekturen durch die Relativitätstheorien nur eine untergeordnete Rolle, und Newtons Theorie bleibt unverändert gültig.

die gleiche physikalische Grösse repräsentieren sollten. Newton postulierte die Gleichheit beider, aber es war erst Einstein, der zeigte, dass es im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie zwischen beiden keinen Unterschied geben kann.

⁵ Newton, 1713: S. 484.

3.2 Lagrange: Potentiale und Bewegung als Minimierung der Wirkung

Auch wenn Newton die Keplerschen Gesetze durch eine universelle Beschreibung der Naturgesetze erklären konnte, blieb noch offen, ob die Ellipsenbahn ein reiner Zufall sei. Aus welchem Grund ist die Ellipse besser als andere Formen? Die Beantwortung dieser Frage benötigt ein Gütemass, mit dem verschiedene Formen verglichen werden können.

Bereits vor Newton griff Pierre de Fermat die bereits in der Antike durch Heron von Alexandria formulierte Hypothese auf, dass sich Licht entlang des kürzesten Wegs ausbreitet⁶. Fermat konnte dieses, sowie auch die Lichtbrechung allgemein, auf ein Prinzip der kürzesten Zeit zurückführen, so dass ein Lichtstrahl sich entlang des Wegs ausbreitet, den er in der kürzest möglichen Zeit durchlaufen kann. Als Begründung bringt Fermat explizit einen Minimierungsprozess ein („*ma méthode de maximis et minimis*“). Das gibt einen Hinweis, dass es in der Tat eine gewisse Grösse geben könnte (hier die Zeit), aus deren Minimum sich ablesen lässt, was wirklich in der Natur geschieht. Etwa 80 Jahre später kam Pierre Louis Maupertuis auf die gleiche Frage zurück und formulierte ein ähnliches Prinzip für die Ausbreitung des Lichts, das die Minimierung nun wieder auf die Länge des Wegs anwandte⁷. Er führte dabei als die zu minimierende Grösse ein mathematisches Objekt ein, das er *quantité d'action* nannte, und das wir im Deutschen als *Wirkung* bezeichnen. Zeitgleich und unabhängig entwickelte Leonhard Euler⁸ ein ähnliches Konzept der Wirkung für die Bewegungsbahn eines Teilchens, die er mit der von ihm begründeten Variationsrechnung fand, das heisst einer systematischen Methode, mathematische Kurven durch einen Minimierungsprozess zu erhalten. Grundlegend ist dazu die Einführung des Begriffs des *Funktional*s, das eine Vorschrift ist, der Gesamtheit einer Kurve eine Zahl zuzuordnen, typischerweise in der Form eines mathematischen Integrals. Das Funktional ist dann so konstruiert, dass die kleinstmögliche Zahl nur durch die gewünschte Kurve erhalten werden kann.

Durch Euler standen somit die nötigen mathematischen Mittel bereit, aber den postulierten Wirkungen fehlte noch die Verbindung zu den Newtonschen Gesetzen. Diese Verbindung gelang Joseph-Louis Lagrange⁹ (Abbildung 3-3). Er erweiterte die Maupertuische

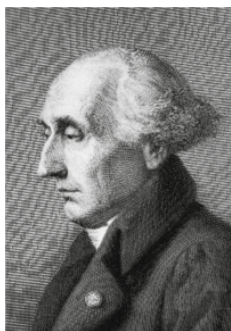


Abbildung 3-3: Joseph-Louis Lagrange (1736 – 1813). Bild: AIP Emilio Segrè Visual Archives.

Wirkung durch einen dynamischen Term, so dass aus der Minimierung die Bewegungsgleichung des zweiten Newtonschen Gesetzes folgte¹⁰. Lagrange bewirkte dadurch ziemlich genau hundert Jahre nach Newtons *Principia* einen Übergang von der zuvor stark geometrisch geprägten Argumentation zu einer analytischen mathematischen Wissenschaft. Das betonte Lagrange selbst mit dem Titel *Mécanique analytique*¹¹ des Werks, in dem er seine Errungenschaften zusammenfasste, und einigen Kommentaren in dessen Vorwort¹².

Lagranges Absicht war also explizit eine Vereinheitlichung der gesamten Mechanik in analytischer Form. Er bewirkte dies durch die Einführung einer Funktion, die heute die *Lagrangefunktion* genannt wird, die von den Koordinaten einer möglichen physikalischen Bewegung über eine Kurve abhängt. Die entsprechende Wirkung ist durch das Integral über die Zeitkoordinate der Bewegung gegeben. Die Minimierung der Wirkung führt dann zu einer mathematischen Gleichung für die wirkliche Kurve, der *Euler-Lagrange-Gleichung*, die exakt der Newtonschen Bewegungsgleichung entspricht. Diese Ableitung aus einem Minimierungsprozess ist als das *Prinzip der geringsten Wirkung*¹³ bekannt.

Die Konsistenz mit all der vorhergehenden Kenntnis ist eine notwendige Bedingung, aber Lagrange erreichte mit dieser Formulierung viel mehr. Er erkannte, dass die Beschreibung nicht nur durch Position und Geschwindigkeit erfolgen muss, sondern auch durch viel allgemeinere Parameter erfolgen kann, die verallgemeinerte Koordinaten genannt werden. Damit öffnete er Tür und Tor zu einer Ausweitung des Formalismus zur Physik von nichtmechanischen Systemen und darüber hinaus. Zudem stellte er damit klar, dass die Bewegung auch durch gegenseitige Abhängigkeiten der Koordinaten beschrieben werden kann. Das beeinflusste stark die Weiterentwicklung (z.B. durch Hamilton wie unten beschrieben) und viele der Konsequenzen sollten erst ein Jahrhundert später erkannt werden.

Ferner ist das bemerkenswert Neue die Form der Lagrangefunktion. Sie ist zusammengesetzt aus der Differenz von zwei Termen, die wir heute als *kinetische Energie* und *potentielle Energie* bezeichnen. Damit zeigte Lagrange, dass die physikalische Realität sich durch ein den bewegenden Kräften höhergestelltes Konzept ausdrücken lässt. Die Kräfte in Newtons Gleichung ergeben sich aus der räumlichen Variation der potentiellen Energie und die Beschleunigung aus der zeitlichen Variation der Geschwindigkeit in

6 Fermat 1662: S. 457–463.

7 Maupertuis 1744.

8 Euler 1744.

9 Eigentlich Guiseppe Luigi Lagrangia, aber er ist vorwiegend unter seinem französischen Namen bekannt.

10 Lagrange 1788.

11 In der Erstausgabe *Méchanique analitique*, aber mit der Neuauflage im Jahr 1811 änderte Lagrange den Titel zur auch heute verwendeten Schreibweise.

12 Berühmt ist auch der Kommentar, dass dieses Werk keine einzige Abbildung habe.

13 Das Prinzip wurde später durch Hamilton präziser formuliert, weshalb es auch als *Hamiltonsche Prinzip* bezeichnet wird.

der kinetischen Energie. Anstatt also wie Newton der Bewegung eines Körpers Schritt für Schritt zu folgen, zeigte Lagrange, dass die Bewegungsbahn zwingend aus der geometrischen Form einer Funktion folgt, die an jedem Punkt in Raum und Zeit existiert (erneut Newtons Postulat deren Unendlichkeit folgend), unabhängig davon, ob die Körper auch an diesen Punkten sind. Er prägte dafür den Begriff des *Potentials*. Angewandt auf das Sonnensystem erklären sich die Planetenbahnen somit global, das heisst durch die Minimierung sind sie in ihrer Gesamtheit vorherbestimmt, und die Bewegung muss zwingend der so gegebenen Bahnkurve folgen.

Die grösste Bedeutung kommt der Lagrangeschen Methode aber durch ihre systematische Verknüpfung des Konzepts der Erhaltungssätze mit dem der *Symmetrie* zuteil. Der Begriff Symmetrie wird hierbei allerdings nicht wie in unserem alltäglichen Sprachgebrauch verwendet, sondern streng definiert als eine Unveränderlichkeit, eine Invarianz, der Lagrangefunktion unter einer Koordinatentransformation¹⁴. Zum Beispiel spielt es bei der gravitationellen Anziehung zwischen zwei Körpern keine Rolle, ob die beiden Körper hier sind oder durch eine Translation an einen anderen Ort verschoben werden, solange der Abstand zwischen beiden der gleiche bleibt. Zudem hängt die Gravitation nur von dem Abstand ab, so dass die beiden Körper um eine gemeinsame Achse rotiert werden können, ohne die Kraft zwischen ihnen zu verändern. Diese Unveränderlichkeiten werden als Translations- und Rotationssymmetrie bezeichnet,

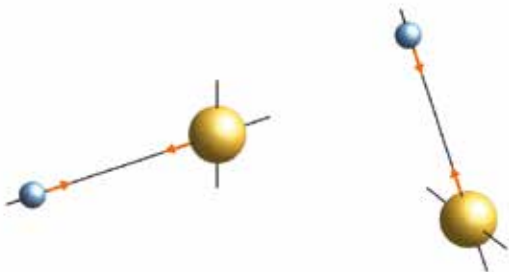


Abbildung 3-4: Illustration der Translations- und Rotationssymmetrie. Ein System von zwei Körpern wird verschoben und gedreht. Die durch die orangenen Pfeile dargestellten Anziehungskräfte zwischen den beiden Körpern hängen nicht von der absoluten Position und Ausrichtung jedes Körpers im Raum ab, sondern nur von deren Abstand voneinander. Die relative Bewegung bleibt unverändert.

¹⁴ In den meisten Fällen deckt sich diese Definition mit dem normalen Sprachgebrauch. Aber für die Mathematik und Physik ist es unbedingt erforderlich, dass etwas, das ursprünglich intuitiv verwendet worden ist, schliesslich präzise definiert wird. Damit kann es aber nicht mehr der weiteren Entwicklung des Alltagsgebrauchs folgen. Die dadurch entstehenden Missverständnisse können teils amüsant, teils aber auch schädlich sein. Ein „Trick“ in der Mathematik ist zum Beispiel eine intelligente Methode, eine elegante Lösung zu einer schwierigen Aufgabe zu finden. „Fehler“, „Unsicherheit“ oder „Ungenauigkeit“ sind für Ingenieure und Naturwissenschaftler quantitative Methoden, die Genauigkeit von Messergebnissen zu charakterisieren. Das Missverständnis von all diesem führt in öffentlichen Diskussionen durchaus zu ungerechtfertigten Vorwürfen von Unfähigkeit bis hin zu Betrug.

und unter beiden bleibt die Bewegung der Körper sonst genau gleich (siehe dazu Abbildung 3-4). Symmetrien wie letztere sind zudem stetig, was bedeutet, dass die zugrundeliegenden Koordinatentransformationen in beliebig kleinen Schritten erfolgen können, zum Beispiel eine Rotation um einen beliebig kleinen Winkel.

Fügt man eine solche Transformation in die Euler-Lagrange-Gleichung ein, ergibt sich durch die Unveränderlichkeit der Lagrangefunktion ein *Erhaltungssatz*, das heisst eine Grösse, die durch die gesamte Bewegung der Körper immer den gleichen numerischen Wert beibehält. Für die Translationssymmetrie ergibt sich die Erhaltung des Gesamtimpulses, was für ein System von Sonne und Planet mit den Massen m_s und m_p und den Geschwindigkeitsvektoren $\mathbf{v}_s$ und $\mathbf{v}_p$ durch die Grösse $\mathbf{p}_{\text{total}} = m_s \mathbf{v}_s + m_p \mathbf{v}_p$ ausgedrückt wird. Wenn sich somit $\mathbf{v}_p$ ändert, muss sich gleichzeitig $\mathbf{v}_s$ ändern, so dass $\mathbf{p}_{\text{total}}$ konstant bleibt. Das ist der Grund, warum sich Sonne und Planet um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Der Schwerpunkt ist allerdings nicht fest an einen Punkt im Raum gebunden, sondern bewegt sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{\text{Schw}} = \mathbf{p}_{\text{total}} / (m_s + m_p)$. Wenn die weitere Anziehung von den Sternen in der Galaxis vernachlässigt wird, was für menschlich erfassbare Zeiträume eine gute Näherung ist, dann drückt sich dadurch die gleichförmige Bewegung des Sonnensystems durchs Universum aus.

Die Rotationssymmetrie führt auf ähnliche Weise zur Erhaltung des *gesamten Drehimpulses*, was nichts anderes ist als die mathematisch präzise Formulierung Keplers zweiten Gesetzes, dass der von der Sonne zum Planeten gezogene Radius in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht. Kommen die zwei Körper näher zusammen, muss ihre relative Geschwindigkeit umeinander grösser werden.

Ein Erhaltungssatz kommt ferner aus der zeitlichen Unveränderlichkeit der Kräfte. Die gravitationelle Anziehung zwischen zwei Körpern wird nur durch deren Masse bestimmt, aber nicht ob das heute, morgen oder zu einem anderen Zeitpunkt geschieht, sofern die Masse sich nicht ändert. Ist das der Fall, dann ist die *Gesamtenergie* der Körper erhalten, die sich aus der Summe aller kinetischen und potentiellen Energien ergibt. Die Energieerhaltung ist der wichtigste Erhaltungssatz in der Physik überhaupt, und er lässt sich hier grundlegend ableiten.

Es gibt noch zwei weitere Symmetrien. Leicht speziell ist die Invarianz unter einer Galileischen Transformation, die besagt, dass ein Naturgesetz gleich aussieht, wenn es von einem ruhenden oder sich gleichförmig bewegenden Beobachter gemessen wird. Aus dieser Symmetrie leitet sich direkt, ohne weitere Rechnung, die zeitliche Entwicklung der Schwerpunktkoordinate ab. Die Galileische Symmetrie beruht direkt auf der Absolutheit von Raum und Zeit, und sollte erst durch Hendrik Lorentz und Albert Einstein um 1900 herum

Symmetrie	Erhaltungssatz	Konsequenz
Translation	Gesamtimpuls	Gleichförmige Bewegung des Schwerpunkts.
Galilei	Bewegungsgesetz des Schwerpunkts	Bestimmt vollständig die Bewegung der Schwerpunktskoordinaten.
Rotation	Gesamtdrehimpuls	Erzwingt Bewegung in Ebene durch Schwerpunkt, die Orientierung der Ebene und bindet Winkelgeschwindigkeit an Abstand. Kleinere Abstände führen zu schnellerer Umkreisung, Keplers zweites Gesetz.
Zeit	Energie	Bindet Abstand an dessen zeitliche Änderung: relative Geschwindigkeit wird auch radial grösser mit kleinerem Abstand. Bestimmt die Grösse der Ellipse.
Höherdimensionale (versteckte) Symmetrie	Laplace-Runge-Lenz-Vektor	Existiert nur für die Newtonsche Gravitationskraft, erzwingt die Ellipsenform und Ausrichtung des Perihelions.

Tabelle 3-2: Symmetrien des Planet-Sonne-Systems mit den zugehörigen Erhaltungssätzen und deren Konsequenzen.

eine von der Lichtgeschwindigkeit abhängige Korrektur erhalten. Die letzte Symmetrie ist die am wenigsten bekannte, aber eine höchst interessante. Sie ist an die Erhaltung des sogenannten *Laplace-Runge-Lenz-Vektors* gebunden. Dieser gibt den Vektor vom Schwerpunkt zum Perihel der Ellipsenbahn an und erzwingt die Ellipsenform. Die dahinterstehende Symmetrie wurde erst im 20. Jahrhundert gefunden¹⁵. Es handelt sich hierbei um eine abstrakte Rotationssymmetrie in einem höherdimensionalen Raum (auch bekannt als eine versteckte Symmetrie), so dass die physikalische Bahn einer stereographischen Projektion aus diesem Raum entspricht. Diese Symmetrie gibt es nur, wenn die Schwerkraft exakt der von Newton postulierten Form entspricht. In Tabelle 3-2 sind all diese Symmetrien mit ihren Erhaltungssätzen zusammengefasst.

Weshalb ist das wichtig? Mit allen Erhaltungssätzen zusammen bleibt keine Freiheit mehr für eine beliebig andere Planetenbahn: Die Bewegung der zwei Körper wird durch 12 Parameter ausgedrückt, je 3 Zahlen für die Positionskoordinaten und je 3 Zahlen für die Geschwindigkeiten in die drei Raumrichtungen. Durch die Erhaltungssätze sind alle 12 Parameter aneinander gekoppelt. Wird einer gesetzt, ergeben sich alle anderen. Wählen wir dann zum Beispiel den Winkel des Radius zwischen Sonne und Planet zu einer durch den Schwerpunkt gehenden Achse als den einzigen freien Parameter und lassen diesen eine volle Drehung ausführen, dann muss die Umlaufbahn des Planeten um die Sonne genau zum gleichen Ausgangsort zurückkommen, und die Bewegung erfolgt dann wieder entlang der genau gleichen, geschlossenen Kurve. Die Kurvenbahn folgt direkt aus diesen Zusammenhängen, und eine direkte Berechnung durch Newtons zweites Gesetz wird gar nicht benötigt. Wird irgendeine Symmetrie gebrochen, ist die Stabilität der Bahn nicht mehr gewährleistet, wie in Abbildung 3-1 rechts, und der Planet würde im allgemeinen entweder auf die Sonne stürzen oder ins All geschleudert werden.

Die Lagrangefunktion und das Prinzip der geringsten Wirkung führen somit nicht nur die Newtonsche Vereinheitlichung der Mechanik auf ein höhergestelltes Prinzip zurück, sondern stattdessen sie zusätzlich durch die Symmetrien mit einem ganz neuen Hilfsmittel aus, durch das sich systematisch Erhaltungssätze bestimmen lassen. Diese vereinfachen das Bestimmen der Bewegung und Bahnkurven substantiell. Ferner ist die Lagrangefunktion auf jede Kraft anwendbar, die von einem Potential abgeleitet werden kann, und geht damit weit über die ursprüngliche Motivation hinaus. Die Allgemeinheit des Formalismus erlaubt es, weitere wissenschaftliche Durchbrüche recht einfach darin zu integrieren, wie zum Beispiel Einsteins Relativitätstheorien oder die Quantenmechanik. Das Symmetriekonzept selbst gehört heute zum wichtigsten Handwerkszeug der theoretischen Physik. Zum Beispiel werden Elementarteilchen wie Elektronen oder Quarks durch das Standardmodell der Teilchenphysik als Erhaltungssätze definiert, die aus abstrakten Symmetrien der quantenmechanischen Erweiterung der Lagrangefunktion folgen. Eine interessante Eigenschaft der quantenmechanischen Formulierung ist ferner, dass das Prinzip der geringsten Wirkung darin als ein Grenzfall auftritt, der sich natürlich einstellt, wenn sich Elementarteilchen in einem massiven Körper verbinden. Diese Erkenntnis wurde in den 1940er Jahren durch Feynman gewonnen¹⁶.

3.3 Hamilton: Wiedereinführung der Bewegungsgleichung als Zeitverschiebungsoperation

Planetenbahnen und weitere Bewegungsbahnen entstehen bei der Lagrangeschen Methode als geometrische Kurven in ihrer Gesamtheit aus einem Minimierungsprozess. Das ist nicht immer erwünscht. Das Zweikörperproblem aus Sonne und Planeten lässt sich dadurch elegant lösen, aber sobald weitere Körper hinzukommen, ist auch mit dieser Methode keine geschlossene Lösung bekannt, und es ist schwierig, Korrekturen für die bekannten Lösungen zu berech-

15 Fock 1935 (in einer quantenmechanischen Betrachtung des Wasserstoffatoms).

16 Feynman 1948.

nen. Andererseits ist es nicht klar, ob die Wirkung, das Integral über die Lagrangefunktion, selbst irgendeine physikalische Bedeutung hat.



Abbildung 3-5: William Rowan Hamilton (1805 – 1865).

Bild: AIP Emilio Segrè Visual Archives

Durch William Rowan Hamilton (Abbildung 3-5) erhielten wir hier weitere Einsichten. Hamilton griff direkt die Lagrangesche Methode auf und zeigte, kulminierend in zwei **Essays**¹⁷ in den Jahren 1834 und 1835, dass die Wirkung durch eine leichte Änderung ihrer Interpretation sich als eine Funktion auffassen lässt, die einen Körper von einer Anfangsbedingung auf den momentanen Zustand überträgt. Der Wirkung kommt somit die Bedeutung einer bewegungsgenerierenden

Transformation zu, die es uns erlaubt, sobald sie allgemein bestimmt worden ist, die Gesamtheit aller physikalisch möglichen Bewegungen durch das einfache Einsetzen von Anfangsbedingungen und Erhaltungssätzen zu erlangen. Diese Allgemeinheit geht über Newton und Lagrange hinaus. Die Wirkung selbst erhält sich aus der sogenannten *Hamilton-Jacobi-Gleichung*, nach einer Weiterentwicklung durch den Mathematiker Carl Gustav Jacob Jacobi. Die Hamilton-Jacobi-Gleichung wurde von Hamilton jedoch weniger als unabhängige Art angesehen, die Mechanik auszudrücken. Dieses wurde von Jacobi gefördert, während Hamilton aus diese Formulierung vorwiegend eine nicht weniger wichtige weitere Formulierung ableitete, die wir als *Hamiltonschen Formalismus* kennen. Er verwendete dazu ein Objekt aus der Hamilton-Jacobi-Gleichung, die heutige *Hamiltonfunktion*, als eigenständigen Erzeuger von zwei Arten von Bewegungsgleichungen, die zusammen den Newtonschen Bewegungsgleichungen entsprechen. Die Hamiltonfunktion wird direkt aus einer Transformation der Lagrangefunktion erhalten, bei der die Geschwindigkeiten der verallgemeinerten Koordinaten durch verallgemeinerte (oder kanonische) Impulse ersetzt werden.

Der konzeptuelle Unterschied zum Lagrangeschen Formalismus liegt in dem Wort *Erzeuger* der Bewegungsgleichung. Die Hamiltonfunktion übernimmt durch einen Differentialoperator, der heute häufig durch die sogenannte *Poissonklammer* (nach Siméon Denis Poisson) ausgedrückt wird, in den Bewegungsgleichungen die Rolle der Kräfte, indem sie die Koordinaten eines Systems zu einem Zeitpunkt zu einem infinitesimal späteren Zeitpunkt verschiebt. Im Gegensatz zu den Kräften, die nur auf die Veränderung der Geschwindigkeiten, das heisst auf die Beschleunigung, wirken, kann die Hamiltonfunktion durch die Poissonklammer für jede beliebige Koordinate und

sogar für jede beliebige Funktion der Koordinaten verwendet werden, und somit erzeugt sie jegliche Bewegung. Wenn wir mit H die Hamiltonfunktion bezeichnen und mit $G(t)$ eine solche Funktion zu einem Zeitpunkt t , dann wird die Entwicklung zu einem um eine infinitesimal kleine Zeitverschiebung dt späteren Zeitpunkt $t + dt$ als $G(t + dt) = G(t) + \{G(t), H\} dt$ ausgedrückt, wobei die geschweiften Klammern und das Komma in der Mitte die *Poissonklammer* bezeichnen.

Hamilton nutzte diesen Formalismus konkret aus, um Korrekturen für die Keplerschen Bahnen auszurechnen, die durch die Anziehungskräfte der anderen Planeten entstehen. Er erhielt damit eine effizientere Methode als die zuvor benötigte schwierige Lösung von mehreren gekoppelten Differentialgleichungen. Solche Arten von Korrekturen sind bis heute unter dem Begriff der Störungstheorie ein Standardinstrument für die Hamiltonsche Formulierung der Quantenmechanik. Im Formalismus steckt aber ein weiteres Mal mehr, als vom Urheber vorhersehbar war. Es stellte sich heraus, dass die Hamiltonfunktion die Struktur der Naturgesetze auf eine derart allgemeine Art erfasst, dass sie in allen Bereichen der Physik anwendbar bleibt, auch dort, wo die ursprüngliche Dynamik von Körpern überhaupt nicht mehr gültig ist. Zum Beispiel für die soeben erwähnte Quantenmechanik gibt es kein direktes Äquivalent der Newtonschen Gesetze mehr, aber mit einer Anpassung der Hamiltonschen Formulierung bleibt uns eine vollständige, eindeutige und quantitative Beschreibung erhalten. Da die Poissonklammer mit der Hamiltonfunktion ferner die zeitliche Änderung einer Grösse ausdrückt, muss sie gleich Null sein, wenn sie auf einen Erhaltungssatz wie die Energie oder den Gesamtimpuls angewendet wird. Dadurch erhalten wir ein sehr effizientes Mittel, um herauszufinden, ob eine physikalische Grösse erhalten bleibt.

Diese Beobachtung hat aber eine tiefere Bedeutung, die erst später von der Mathematikerin Emmy Noether mit einem für die Physik sehr folgenreichen Theorem ans Licht gebracht wurde.

3.4 Noether: Äquivalenz von Symmetrie und Erhaltungssatz

Wie zuvor erwähnt ist eine Symmetrie eine Unveränderlichkeit der Lagrangefunktion unter einer Transformation. Die Unveränderlichkeit überträgt sich auch auf die Hamiltonfunktion durch deren enge Verwandtschaft mit der Lagrangefunktion. Ist eine Symmetrie stetig, erfolgt aus ihr ein Erhaltungssatz. Können wir aber auch umgekehrt schliessen, dass zu jedem Erhaltungssatz eine Symmetrie gehören muss? Solch ein Umkehrschluss ist allgemein nicht wahr: Wenn die Erstellung eines mechanischen Uhrwerks Präzisionsmechanik ist, dann folgt nicht, dass jede Präzisionsmechanik Uhrmacherei ist. Wenn ein solcher Schluss aber gilt, bezeichnen wir ein solches Verhältnis als eine *Äquivalenz*.

¹⁷ Hamilton 1834 & 1835.

Im Jahr 1918 gelang es Emmy Noether (Abbildung 3-6) genau eine solche Äquivalenz zwischen stetigen Symmetrien und Erhaltungssätzen im Lagrangeformalismus zu zeigen in einer Arbeit mit dem hervorragend gewählten Titel **Invariante Variationsprobleme**¹⁸. Dieses dort formulierte Theorem lässt sich allerdings einfacher im Hamiltonschen Formalismus ausdrücken. Die



Abbildung 3-6: Emmy Noether (1882 - 1935).

Bild: Hanna Kunsch, Göttingen; Special Collections, Bryn Mawr College Libraries

Poissonklammer erhält hier wieder eine tragende Rolle. Kommen wir darauf zurück, dass $\{G(t), H\}$ eine Zeitverschiebung einer Grösse G , erzeugt durch die Hamiltonfunktion H , beschreibt. Wenn G einem Erhaltungssatz entspricht und sich nicht in der Zeit ändert, können wir das Zeitargument t unterdrücken und $G(t) = G$ schreiben. Die Erhaltung von G bedingt $\{G, H\} = 0$. Wenn wir nun die Argumente vertauschen, dann können wir ähnlich $\{H, G\}$ als eine Verschiebung von H unter G verstehen. Gleich wie H als Erzeuger der Bewegung eine Koordinatenverschiebung bewirkt, erzeugt G auch eine Koordinatenverschiebung. Diese entspricht aber nicht mehr der physikalischen Bewegung. Ist die Hamiltonfunktion unverändert unter dieser Transformation, das heisst, gilt $\{H, G\} = 0$, dann ist das genau die Definition einer Symmetrie, und G ist der Erzeuger dieser Symmetrietransformation, zum Beispiel einer infinitesimalen Translation oder Rotation. Eine Eigenschaft der Poissonklammer ist aber nun, dass sie ihr Vorzeichen ändert, wenn die Argumente vertauscht werden, $\{G, H\} = -\{H, G\}$. Ist eine der Poissonklammern gleich null, muss also auch die andere null sein. Da $\{G, H\} = 0$ aber einen Erhaltungssatz ausdrückt und $\{H, G\} = 0$ eine Symmetrie, müssen beide Konzepte äquivalent sein und immer zusammen auftreten. Bemerkenswert ist, dass die Erhaltungssätze G wie gesamter Impuls oder gesamter Drehimpuls gleichzeitig auch die Erzeuger ihrer entsprechenden Symmetrie sind.

Diese Äquivalenz zwischen Erhaltungssatz und Symmetrie bietet einen der tiefsten Einblicke in die Struktur der Naturgesetze. Erhaltungssätze sind kein Zufall, sondern werden durch universelle Eigenschaften der physikalischen Kräfte diktiert. Hat das Universum keinen bevorzugten Ort oder keine bevorzugte Richtung, entspricht das einer Symmetrie und führt somit zu einem Erhaltungssatz. Die Form

von Bewegungsbahnen wie die Frage nach dem Grund der Ellipsenform ist direkt an die grundlegenden Eigenschaften des Universums gebunden. Die Existenz von unerwarteten Erhaltungssätzen wie den Laplace-Runge-Lenz-Vektor macht eine weitere Symmetrie unvermeidlich, auch wenn diese formell eine Erweiterung des Universums benötigen, was wir oben als „höherdimensionale Symmetrie“ bezeichnet haben. Andererseits wird die Abwesenheit eines Erhaltungssatzes trotz einer erwarteten Symmetrie als Indiz genommen, dass wir noch Lücken in unserer Kenntnis der Physik haben. Die Existenz von mehreren Elementarteilchen konnte auf diese Weise vorhergesagt werden. Es gibt auch sehr praktische Konsequenzen. Zum Beispiel können durch Symmetrien die möglichen Bewegungen eingeschränkt werden und Computeralgorithmen für deren Berechnung um ein Vielfaches effizienter (und somit auch energiesparender) programmiert werden.

3.5 Fazit

Wissenschaftliche Forschung bewegt sich immer an den Grenzen des Bekannten und Möglichen. Wichtige Erkenntnisse können daher von ihren Urhebern häufig noch nicht richtig eingeordnet werden, und die oben gegebene Schilderung illustriert ein extremes, aber somit auch besonders wichtiges Beispiel. Ermöglicht wurde es, weil es den Forschern freistand, die Grenzen des Wissens zu erproben, und sich allein von dem Drang treiben zu lassen, Unerklärtes verstehen zu wollen. Dadurch schufen sie die geistigen und handwerklichen Grundlagen, die von vielen Anderen später, manchmal Jahrhunderte später, in die technologisch-angewandte Entwicklung der Menschheit umgesetzt werden konnten. Wir verfolgten das anhand der einfachen Frage nach dem Grund der Ellipsenform der Planetenbahnen, aber meistens sind es genau die einfachen Fragen, die schwer zu beantworten sind. Wie oben geschildert, zeichnet es die Wissenschaftler aus, hier hartnäckig zu bleiben und sich immer wieder zu hinterfragen, auch wenn es 400 Jahre dauern sollte, einige Aspekte besser zu verstehen. Was über diese Zeitspanne ganz unerwartet dabei abgesprungen ist, prägt unser Leben seither. Es sollte dabei aber gerade durch Jost Bürgis Beispiel nicht vergessen werden, wie wichtig dabei die Entwicklung von immer ausgeklügelteren Mess- und Analysemethoden sind. Nur dadurch wird das herkömmliche Verständnis permanent einem Druck ausgesetzt, durch den schliesslich die einzelnen Durchbrüche erfolgen können.

¹⁸ Noether 1918.

Bibliografie

Euler, Leonhard 1744 Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici lattissimo sensu accepti, Marcus-Michael Bousquet & Socios, Lausanne & Genf; Anhang 2: De motu projectorum in medium non resistente, per Methodum maximurum ac minimorum determinando, S. 309–320. [Opera Omnia, Series I, Vol. 24, S. 298–308.]

Fermat, Pierre de 1662 Brief von Fermat an C. de La Chambre, 1. Jan. 1662. In: Tannery, P. / Henry, C. (Hrsg.), Œuvres de Fermat, Vol. 2, Gauthier-Villars et Fils, Paris, 1894.

Feynman, Richard P. 1948 Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics, Reviews of Modern Physics, Vol. 20, S. 367–387.

Fock, Vladimir 1935 Zur Theorie des Wasserstoffatoms, Zeitschrift für Physik, Vol. 98, S. 145–154.

Hamilton, William Rowan 1834 On a General Method in Dynamics; by which the Study of the Motions of all free Systems of attracting or repelling Points is reduced to the Search and Differentiation of one central Relation, or characteristic Function, Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. 124, S. 247–308.

Hamilton, William Rowan 1835 Second Essay on a General Method in Dynamics, Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. 125, S. 95–144.

Lagrange, Joseph-Louis 1788 Mécanique analytique, Desaint, Paris.

Lagrange, Joseph-Louis 1811 Mécanique analytique, Überarbeitete Neuauflage, Band 1, Courcier, Paris.

Mach, Ernst 1883 Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt, F. A. Brockhaus, Leipzig.

Mauptertuis, Pierre Louis 1744 Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu'ici paru incompatibles. In: Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, S. 417–426.

Newton, Isaac 1687 Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, London.

Newton, Isaac 1713 Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, 2. Ausgabe, Cambridge; Anhang: Scholium Generale, S. 481–484.

Noether, Emmy 1918 Invariante Variationsprobleme, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse 1918, S. 235–257.

Bernd Braunecker

Bernd Braunecker studierte Physik an der EPFL in Lausanne und promovierte 2003 dort auch in theoretischer Physik. Es folgten Forschungsaufenthalte in der USA am Massachusetts Institute of Technology und an der Brown University, zurück in der Schweiz an der Universität Basel und dann in Spanien an der Universidad Autónoma de Madrid. In 2013 wechselte er permanent zur University of St. Andrews, UK und unterhält dort eine Forschungsgruppe in der Theorie der Physik der kondensierten Materie. Er ist Mitglied des Centre for Designer Quantum Materials und des Centre for Energy Ethics in St. Andrews. Seine Forschung behandelt grundlegende Fragestellungen der Quanten- und Vielteilchenphysik in Materialien und Systemen, die für künftige Quantentechnologien von Relevanz sind. Zudem hielt er über viele Jahre hinweg Vorlesungen über die Hamiltonsche und Lagrangesche Dynamik.

4 Die Zeitmessung als autonomes Mittel in der modernen Astronomie

Aurora Sicilia-Aguilar

Seit dem Beginn von astronomischen Messungen spielte die Zeitabhängigkeit von Beobachtungen immer wieder eine Schlüsselrolle. Die Uhren Jost Bürgis stellen ein Zeugnis der Wichtigkeit dar, die damals bereits akkuraten Messmethoden zuteil kam, aber wahrscheinlich besteht der Gebrauch von Zeitmessungen seit dem Augenblick, in dem die Menschen zum ersten Mal zum Himmel aufblickten und feststellten, dass nicht alle Sterne genau den gleichen Bahnen zu folgen scheinen. Wie wir sehen werden, ist die Verwendung der Zeit selbst aber nicht nur auf diese direkte, alte Anwendung beschränkt, sondern stellt sich auch als extrem hilfreich heraus, um Einsichten in das zu erlangen, was uns selbst mit den leistungsstärksten Instrumenten verborgen bliebe.

4.1 Ein bisschen Geschichte

4.1.1 Planeten, Bewegung und die „Fixsterne“

Der Name „Planeten“ kommt von deren Erscheinung als „Wanderer“ im Nachthimmel, im Gegensatz zur kreisförmigen, regelmässigen Bewegung der „Fixsterne“. Es ist unbekannt, wann genau die Menschen bemerkten, dass deren Bewegung nicht erratisch ist. Aber bereits in babylonischen Aufzeichnungen finden wir sowohl genaue Berechnungen von planetaren Bewegungen und Positionen, als auch die Formulierung von speziellen Zahlen und Zyklen, die es ermöglichten, die Positionen dieser „Wandelsterne“, der Sonne und des Mondes zu berechnen und sogar Finsternisse vorherzusagen. Diese Zyklen flossen auch später in den Antikythera-Mechanismus ein. Hierbei handelt es sich um ein Gerät zur Darstellung der Bewegungen von Planeten, Sonne und Mond, das gegen 180 v. Chr. gebaut wurde und durch viele ineinandergreifende Zahnräder die epizyklischen Bewegungen reproduziert¹. Dieses bemerkenswerte Instrument kann durchaus als ein analoger Computer bezeichnet werden. Aber ebenso erstaunlich ist, dass es anscheinend trotz seiner Funktionsweise vorwiegend als Lehrmittel und nicht als Rechenmaschine verwendet wurde². Das hebt hervor, dass zu der damaligen Zeit ein Interesse per se an der Bewegung der Himmelskörper bestand. All dies zeigt auch, dass es damals bereits ein Bedürfnis gab, all die Abweichungen von regelmässigen Mustern zu „korrigieren“, die die wahre Planetenbewegung aufzeigten. Auch wenn es noch viele Jahrhunderte dauern sollte bis zum heliozentrischen Weltbild und den elliptischen Umlaufbahnen der Planeten, sind diese Korrekturen

nichts anderes als der Versuch, die elliptischen Bahnen mit kreisförmigen Getrieben anzunähern³.

Die Änderungen der Sonnenposition bezüglich eines fixen Standorts war bekannt seit der Antike, und die Unterschiede in der Tageslänge wurde von frühen Seefahrern bereits verwendet, um den Breitengrad zu messen⁴. Indirekt beschreibt das auch die Umlaufbahn, den Orbit unseres Planeten um die Sonne. Die genaue Bewegung der Sonne am Himmel zu einer gegebenen Zeit, das Analemma, wurde später auch verwendet, um die Zeitmessung mit Sonnenuhren zu verbessern. Heute noch schliessen wir auf die Existenz von Planeten um andere Sterne, indem wir die Positionen dieser Sterne vermessen. Zwei der meistverwendeten Methoden zur Planetendetektierung, die der Astrometrie und der radialen Geschwindigkeit, beschreiben in der Tat die Bewegung des Sterns und nicht die des Planeten. Astrometrie misst kleinste Abweichungen der Position des Sterns, die durch die Rotation von Stern und Planet um ihren gemeinsamen Schwerpunkt entstehen (siehe auch Kapitel 3). Die Methode der radialen Geschwindigkeiten, auch als Doppler-Spektroskopie bekannt, ist ein Verfahren, ähnlich zu der Frequenzverschiebung des Geräusches eines sich uns nähernden oder wegfahrenden Autos, aus der Frequenzverschiebung des Lichtes auf die orbitale Geschwindigkeit des Sterns um den gemeinsamen Schwerpunkt rückzuschliessen. Auch wenn die meisten extrasolaren Planeten unsichtbar für direkte Beobachtungen sind, ist es die Zeitänderung von Position und Geschwindigkeiten, die uns die Anwesenheit von diesen Körpern verraten.

4.1.2 Die „Fixsterne“

Die Beobachtung, dass Planeten sich auf wandelnden Bahnen bewegten, führte bereits in der Antike zum Gegensatz der „Fixsterne“, die als starr auf einer Sphäre jenseits der Planeten angenommen wurden. Die Verlässlichkeit der Fixsternpositionen zur Bestimmung der Jahreszeiten wird seit der Vorgeschichte verwendet⁵. Es war allerdings bereits antiken Reisenden und Seefahrern bekannt, dass die Positionen dieser Fixsterne sich je nach Ort auf der Erde änderten, sowie das Problem, dass es auf der Nordhalbkugel keinen Stern gab, der genau im Norden stand. Aus diesem Grund wurde die Schattenlän-

³ Die Zerlegung einer periodischen Funktion nach Kreisfunktionen wird unter dem Begriff der *Fourier-Transformation* immer noch verwendet und ist wohl das wichtigste mathematische Hilfsmittel in der Signalverarbeitung.

⁴ Stefansson 1940: Kap. 1; Cunliffe 2003: Kap. 2.

⁵ Schloser 2006: S. 44-47.

¹ Jones 2017: Kap. 3 & 7; Freeth 2021.

² Jones 2017: Kap. 9.

ge am längsten Tag im Jahr als die präziseste Art aufgefasst herauszufinden, wie weit man in den Norden gereist war ⁶. Eine weitere Veränderung kommt durch die Ausrichtung der Erdachse zustande, die in 26'000 Jahren eine Kreiselbewegung um eine Achse rechtwinklig zur Ekliptik durchführt. Das ist zu gering, um von Menschen direkt bemerkt zu werden, aber wurde bereits in der Antike und im Mittelalter durch den Vergleich mit historischen Katalogen bemerkt ⁷.

Die Präzision, die Tycho Brahe im 16. Jahrhundert erreichte, um die Koordinaten der „Fixsterne“ zu vermessen, ermöglichte es auch zu fragen, ob die Parallaxe der Sterne verwendet werden könnte, um das heliozentrische Weltbild zu testen ⁸. Die Parallaxe ist die scheinbare Bewegung von Objekten, wenn sie von verschiedenen Orten aus gemessen werden, wie zum Beispiel bedingt durch die Erdbahn um die Sonne. Es ist aus heutiger Sicht verwunderlich, weshalb Tycho trotz seiner riesigen Fortschritte in der Astrometrie immer noch ans geozentrische Modell glaubte. Auch wenn oft biblische Gründe für sein Festhalten genannt werden, erreichte Tycho seine Schlussfolgerung auf wissenschaftliche Art: Sollte die Erde sich um die Sonne bewegen, dann müsste eine Veränderung der Position der nächsten bezüglich der weitest entfernten Sterne beobachtbar sein. Tycho konnte das aber nicht messen und schloss somit die heliozentrische Hypothese aus. In Wirklichkeit sind allerdings selbst die nächsten Sterne bereits derart weit entfernt, dass ihre Parallaxe sich mit Tychos verfügbaren Instrumenten nicht detektieren liessen ⁹.

Es sollte bis ins 18. Jahrhundert dauern, bis erstmals Edmond Halley die Eigenbewegungen von einigen Sternen messen konnte. Messungen der Parallaxe wurden vermehrt im 19. Jahrhundert durchgeführt ¹⁰, aber ein systematisches Erfassen von vielen Quellen musste sogar bis zum Start des Hipparcos-Satelliten im Jahr 1989 warten. Seit den ersten Detektionen der Eigenbewegungen musste vermutet werden, dass sich alle Fixsterne bewegen müssten. Aber erst im 20. Jahrhundert konnte das auch durch Messungen bestätigt werden. Es sind folglich nicht nur die Planeten, die durch den Himmel wandern, sondern alle Sterne. Aus diesen Bewegungen können wir dann ableiten, wie weit die Sterne weg sind, wo und wie sie entstanden, und wie sie mit weiteren Körpern in der Galaxie wechselwirkten ¹¹.

6 Cunliffe 2003: Kap. 5, S. 125.

7 Ruggles/Cotte 2010: Kap. 9, 10

8 Sherwood 2011

9 Ein negativer Messbefund kann einen Effekt nie ausschliessen sondern kann nur eine obere Grenze für dessen Stärke oder Grösse setzen. Tycho verkannte dies, aber abgesehen davon war die wissenschaftliche Logik hinter seiner Schlussfolgerung perfekt.

10 Bessel 1838.

11 de Zeeuw 1999.

4.1.3 Die Geschichte des Sonnensystems

Durch die Beobachtung von vielen Sternen konnte herausgefunden werden, dass selbst für diese scheinbar ewigen Körper die Zeit eine viel wichtigere Rolle spielt, als zuvor angenommen worden ist. Die kosmologischen Modelle bis ins 20. Jahrhundert hinein setzten einen statischen Kosmos voraus. Es war dann zwar schon bekannt, dass das Alter der Erde endlich war, und das hatte bereits zu heftigen Meinungsstreiten geführt, da kein Mechanismus geläufig war, der die Sonne für so lange heiss halten konnte. Zudem deckten die immer grösseren Teleskope Sterne in allen Entwicklungsstadien auf, selbst dramatische Änderungen wie Supernoven. Die Vorstellung, der Kosmos sei im wesentlichen unveränderlich, wurde dann aber erst in Frage gestellt, als Lemaître ¹², Slipher ¹³ und Hubble ¹⁴ in den 1910er und 1920er Jahren vorschlugen, dass das Universum sich ausdehnt. Selbst diese Idee war zu skurril und wurde erst wirklich akzeptiert, als Penzias und Wilson 1965 ¹⁵ die kosmische Hintergrundstrahlung entdeckten, den Nachhall der Strahlung, die hinterlassen wurde von einem sehr heissen und genügend kleinen Universum, so dass es in einem annähernd thermischen Gleichgewicht sein konnte ¹⁶.

Die Idee eines sich verändernden, sich entwickelnden Universums ermöglicht es auch, unsere eigene Vergangenheit zu erkunden. Wenn wir sehen, wie andere Planetensysteme entstehen und sich entwickeln, vom Augenblick der Geburt der Planeten und Sterne an bis hin zum Zeitpunkt des Todes des Zentralsterns, dann erlaubt das Rückschlüsse auf die Geschichte unseres eigenen Sonnensystems und auf das künftige Schicksal unserer Planeten, wenn die Sonne all ihren Wasserstoff verbrannt haben wird, und was darauf folgen kann.

4.2 Die technologischen Herausforderungen der Himmelsbeobachtungen

Den Himmel zu beobachten ist im Prinzip einfach. Ein Grossteil der Arbeit kann direkt mit den Au-

12 Lemaître 1927.

13 Slipher 1915.

14 Hubble 1929.

15 Penzias/Wilson 1965.

16 Es ist nicht einfach, ein thermisches Gleichgewicht zu erreichen oder die gleiche Temperatur über grosse Distanzen zu haben. Ist eine Region heiss, wärmt sie eine kältere auf, so dass schliesslich beide die gleiche Temperatur haben. Dieser Prozess ist aber durch die Lichtgeschwindigkeit beschränkt, mit der die zwei Regionen Photonen austauschen können. Selbst ein kleines Universum braucht also eine gewisse Zeit, um in ein thermisches Gleichgewicht zu kommen. Die Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung ist aber extrem homogen, mit regionalen Schwankungen unter 0.001 % (siehe Planck Collaboration 2020). Das bedeutet, dass was wir heute vom Universum sehen, ursprünglich winzig klein gewesen sein musste, bevor es in die Phase der extrem schnellen Ausdehnung der Inflation überging.

gen vorgenommen werden. Das genügte, um die fünf inneren Planeten des Sonnensystems zu entdecken, und um deren Laufbahnen, inklusive die der Erde, gut genug zu bestimmen, um kleine Unregelmässigkeiten zu finden. Eine Beschränkung tritt nur dadurch auf, dass unsere Augen schliesslich nicht mehr genügend Licht sammeln können (wegen ihrer Grösse und der für das Gehirn benötigten Zeit, die Bilder auf der Netzhaut zu verarbeiten) und physikalisch nicht mehr fähig sind, die Details von sehr fernen Objekten aufzulösen (wegen der Beugungsgrenze durch die Grösse unserer Pupille). Wenn wir also lichtschwächere und weiter weg liegende Objekte erkennen wollen, können wir dann einfach immer grössere Teleskope verwenden und über längere Zeiträume das Licht sammeln? Worauf müssen wir achten?

4.2.1 Lichtsammlung

Der Hauptvorteil eines grossen Teleskops ist die Fläche, über die Licht gesammelt wird. Die Helligkeit einer Lichtquelle wird über den ganzen Raum verteilt. Die Intensität, die über eine Distanz D pro Flächen- und Zeiteinheit ankommt, wird mit D^2 kleiner (siehe Abbildung 4-1). Ist die Intensität, die über eine kleine Fläche gesammelt wird, zu gering, kann sie durch eine Vergrösserung der Fläche verstärkt werden. Selbst ein Amateurteleskop mit 50 cm Durchmesser sammelt etwa 16'000 mal mehr Licht als unser Auge mit 4 mm Pupillendurchmesser. Die Intensität nimmt auch proportional zur Belichtungszeit zu, aber hier muss noch berücksichtigt werden, dass wegen der Quantennatur der Photonen auch das Detektorrauschen zunimmt, so dass das Signal effektiv nur mit der Quadratwurzel der Messzeit stärker wird. Eine Vergrösserung der Teleskopfläche ist folglich effizienter.



Abbildung 4-1: Die Lichtenergie eines Sterns wird mit der Distanz über eine immer grössere Kugelfläche verteilt. Messen wir über eine gewisse Fläche wie mit den Augen oder Teleskopen, erscheinen weiter entfernte Sterne lichtschwächer. Teleskope mit grösserer Spiegelfläche fangen entsprechend mehr Licht ein.

Es gibt aber auch hier Grenzen. Zunächst gibt es die Beugungsgrenze, die vom Durchmesser sowie der beobachteten Wellenlänge abhängt. Ein zweimal breiteres Teleskop kann bei gleicher Wellenlänge nur zweimal kleinere Objekte auflösen, auch wenn die

gesammelte Intensität quadratisch um einen Faktor 4 zunimmt. Die Beugungsgrenze kann etwas verbessert werden, wenn man zu kürzeren Wellenlängen übergeht, aber diese Kniffe können nicht beliebig fortgeführt werden: Die maximale Grösse für optische Teleskope ist zur Zeit auf etwa 40 m Durchmesser beschränkt (auch wegen der Verformung durch die Schwerkraft¹⁷), und nicht alle astronomischen Objekte produzieren genügend Licht bei kurzen Wellenlängen. Licht mit sehr kurzen Wellenlängen wie z.B. Röntgenstrahlen ist aus zwei weiteren Gründen problematisch: Zum einen wechselwirkt es nur schwach mit den Metallen, die es braucht, um Spiegel herzustellen, so dass Teleskope ineffizient werden und auf Techniken wie Lichtleiter (mit ihren eigenen Schwierigkeiten) zurückgegriffen werden muss. Zum anderen befinden wir uns auf der Erde unter einer dicken Atmosphäre¹⁸, mit der das kurzwellige Licht nun sehr gut wechselwirkt, so dass nur wenig davon bei uns unten ankommt. Das ist gut, um unsere DNA von der Strahlung zu schützen, aber schlecht für die Astronomie.

Die Turbulenz in der Atmosphäre führt zudem zur Störung der Lichtstrahlen, die das typische Flackern der Sterne am Nachthimmel erzeugt. Dadurch werden Messungen unscharf, und das war lange eine massgebliche Beschränkung der Auflösung. Das wurde aber grösstenteils durch die Erfindung der adaptiven Optik gelöst, wobei der Teleskopspiegel stetig durch Motoren verzerrt wird, um die Verzeichnung durch die Atmosphäre zu korrigieren. Bereits zuvor gab es die Methode des „Lucky Imaging“, bei der sehr viele Aufnahmen mit sehr kurzer Belichtungszeit gemacht werden. Da sich die Atmosphäre dauernd ändert, befinden sich dann darunter einige Aufnahmen (typischerweise um die 1 % herum), bei denen die Bedingungen zufälligerweise fast störungsfrei sind, und die dann weiterverwendet werden. Mit diesen Techniken ist die Qualität der erdgebundenen Aufnahmen derart gut geworden, dass Weltraumteleskope nur noch für Wellenlängen gebaut werden, für die die Atmosphäre undurchlässig ist.

Die Beschränkung durch die Beugungsgrenze bleibt jedoch bestehen. Hier kann aber ein weiterer Kunstgriff angewendet werden: Interferometrie. Rein technisch gesehen können zwei Teleskope im Abstand von 100 m die gleiche räumliche Auflösung haben wie ein grosses 100 m Teleskop, einfach mit weniger gesammeltem Licht. Konzeptuell lässt sich das ausweiten auf Anordnungen von Teleskopen über Abstände von Kilometern bis interkontinentalen Distanzen¹⁹, ohne irgendwelche strukturelle Probleme

¹⁷ Mangelnde konstruktive Stabilität führte zum Kollaps einiger grosser Teleskope. Das Greenbank-Teleskop stürzte im Jahr 1988 ein und das Arecibo-Teleskop im Jahr 2020.

¹⁸ Wie J. R. Jiménez sagte: „Wir sind Tieflufttiere.“ (Gedichtesammlung „Animal de Fondo“, 1949.)

¹⁹ Zum Beispiel das Event Horizon Telescope, dessen Antennen in Europa, Grönland, Amerika und Hawaii stehen (<https://eventhorizontelescope.org>).

zu erhalten. Aber all das gilt nur, wenn das ankommende Licht aller Teleskope störungsfrei (kohärent) gemischt werden kann. Das bedarf unter anderem, dass der Abstand zwischen den Teleskopen mit einer Genauigkeit unterhalb der Wellenlänge des gemessenen Lichts bekannt sein muss. Das ist der Grund, weshalb Radioteleskope (mit Wellenlängen von Millimetern bis Metern) Basisabstände von Kilometern haben können, aber Teleskope für kürzere Wellenlängen wie das Very Large Telescope (VLT) eng aneinandergepackt bleiben müssen.

4.2.2 Farbe, Temperatur, Raum

Um die oben erwähnten Grenzen zu überschreiten und eine Himmelsstruktur akkurat aufzulösen, muss diese noch hell genug in der gewählten Wellenlänge sein. Die allgemeine Emission eines Objekts, bekannt als die Hohlraumstrahlung, hängt mit seiner Temperatur zusammen. Erhöhen wir die Temperatur eines Stücks Metall, dann fühlt es sich zuerst warm an. Ab einer gewissen Temperatur fängt es dann an, dunkelrot zu leuchten, dann hellrot, orange, gelb, weiss

und schliesslich blau (unter der Annahme, dass es nicht zuvor verdampft). Das heisst, die Emission verschiebt sich mit höheren Temperaturen zunehmend zu kürzeren Wellenlängen. Gleichsam emittieren kalte Körper bei langen Wellenlängen, zum Beispiel bei ein paar Grad über absolut Null auf Radiowellen.

Wir können das ausnützen, um weiter Einblick in die räumliche Struktur eines Objekts zu erhalten, selbst wenn wir diese nicht direkt auflösen können. Betrachten wir zum Beispiel einen jungen Stern. Dieser entsteht aus dem Kollaps einer Wolke aus Staub und Gas. Von dieser bleibt nach der Sternentstehung noch viel übrig, die sich als abgeflachte Scheibe (wegen der Erhaltung des Eigendrehimpuls) um den Stern erstreckt und die nötige Materie zur Planetenentstehung liefern kann. Der Stern selbst, eine Version der jungen Sonne, hat eine Oberflächentemperatur um 4500 °C und emittiert vorwiegend gelb-oranges Licht. Die umgebende Scheibe wird nur durch den Stern erwärmt, und ihre Temperatur fällt mit der Distanz zum Stern ab. Somit ändert sich auch die Wellenlänge des Lichts, das vom Staub emittiert wird. Sichtbares Licht

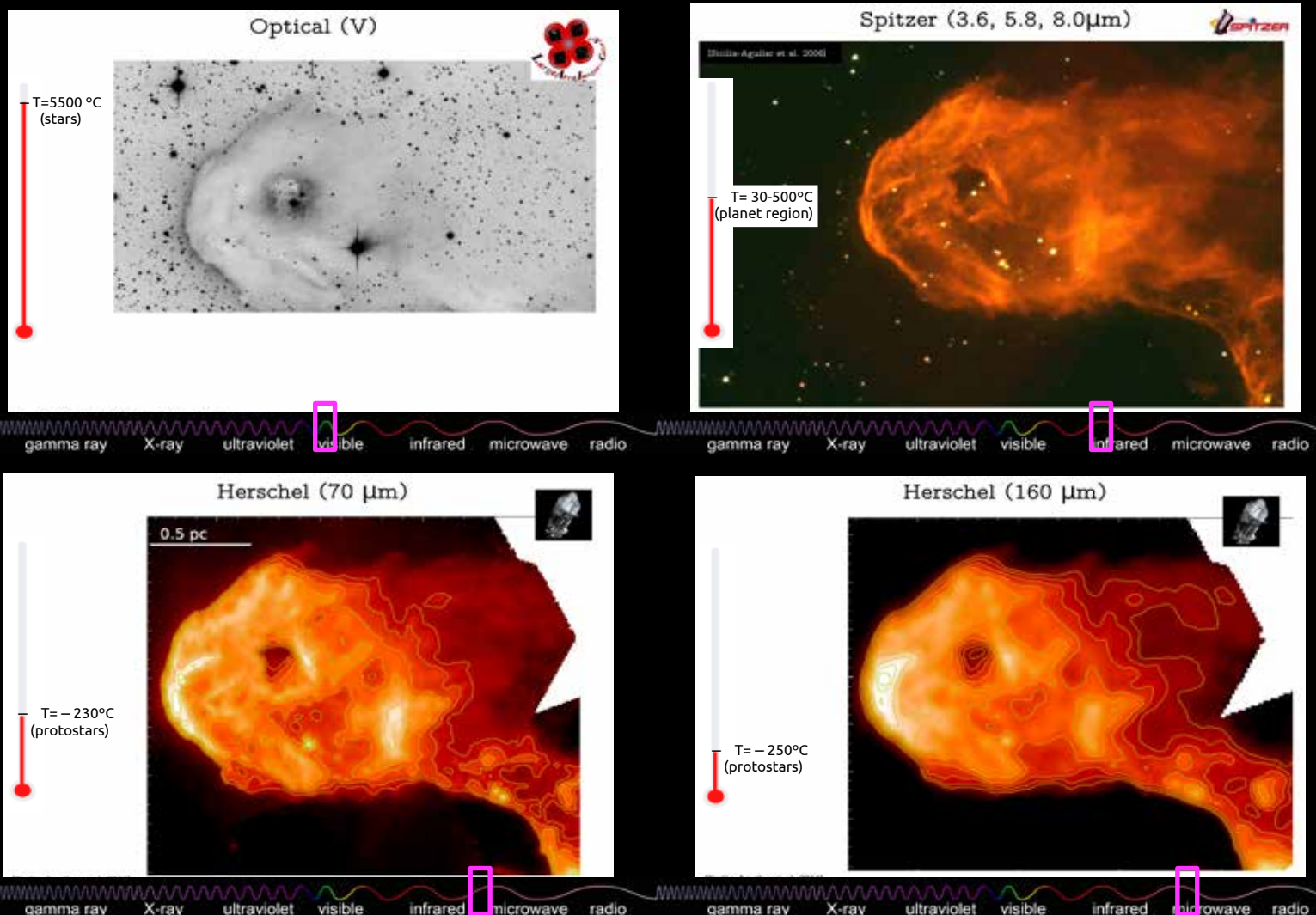


Abbildung 4-2: Der IC1396A sternbildende Nebel gesehen durch verschiedene Teleskope. Verschiedene Wellenlängen geben Überblick über die Regionen des Nebels, oder die Regionen der Sterne und deren protoplanetaren Scheiben, die bestimmte Temperaturen haben. Die Daten wurden als Teil der Forschungsarbeit von A. Sicilia-Aguilar mit dem 3.5 m Calar Alto Teleskop, dem Spitzer Space Telescope und dem Herschel Space Observatory aufgenommen (basierend auf Sicilia-Aguilar et al. 2015).

entspricht der heissen, sonnennahen Region. In der sogenannten habitablen Zone sind die Temperaturen so weit gefallen, dass flüssiges Wasser existieren kann, und Planeten mit erdähnlichen Bedingungen entstehen können. Die Emission ist hier im Infraroten²⁰. Die ferne Infrarotstrahlung entspricht der Distanz der Eisplaneten, und sub-Millimeter- und Radiowellenlängen den weitest gelegenen Regionen der Scheibe (siehe Abbildung 4-2). Auch mit den besten Interferometern ist das meiste dieser Struktur selbst bei den nächstgelegenen Sternen zu klein, um aufgelöst zu werden, und nur als einziger Punkt sichtbar²¹. Indem wir aber die Wellenlänge mit der Distanz korrelieren, können wir selbst aus diesem Punkt die innere Struktur des jungen Systems bestimmen. Je nach Intensität einer gewissen Wellenlänge ist mehr oder weniger Staub und Gas auf dieser Distanz vorhanden, und die Abwesenheit von Materie lässt zum Beispiel auf die Existenz eines Planeten schliessen, der den Staub und das Gas auf seiner Umlaufbahn für seine Entstehung binden konnte.

Die Verwendung der Hohlraumstrahlung ist allerdings nur eine Art, wie Farbe an Struktur gebunden werden kann. Die Analyse von Licht nach seiner Farbzusammensetzung an sich wird als Spektroskopie bezeichnet. Am bekanntesten ist die Aufspaltung von weissem Licht in einen Regenbogen. Aber bereits seit über 200 Jahren wird die Spektroskopie zur Bestimmung von chemischen Elementen verwendet, sowohl im Labor als auch im Himmel. Licht wird auch erzeugt (oder absorbiert), wenn Elektronen Übergänge zwischen atomaren Energieniveaus vollziehen. Im Gegensatz zur Hohlraumstrahlung, die sich stetig über viele Wellenlängen erstreckt, treten hierbei nur manche wohldefinierte Wellenlängen auf, die als scharfe Spektrallinien im Spektrogramm (der Aufzeichnung von Intensität zu Wellenlänge) erkenntlich sind. Die Zusammensetzung ist aber bei jedem Atom anders, so dass das Muster der auftretenden Spektrallinien gleich einem Strichcode die Atomart eindeutig identifiziert. Auf diese Art können wir somit herausfinden, aus welchen Elementen oder Molekülen ein Stern oder eine Gaswolke zusammengesetzt sind.

Die Messung der Spektrallinien bietet noch mehr Informationen. Bewegt sich ein Objekt gegen uns, dann folgt aus dem Dopplereffekt, dass die Wellenlängen des emittierten Lichts für uns kürzer erscheinen. Sichtbares Licht erscheint dann blauer, weshalb man das allgemein eine Blauverschiebung nennt. Bewegt sich das Objekt hingegen weg von uns, entsteht eine Rotverschiebung zu längeren Wellenlängen. Da

die Spektrallinien von Atomen mit höchster Genauigkeit bekannt sind und durch die individuellen Muster klar zuzuordnen sind, lassen sich durch ihre Verschiebungen Geschwindigkeiten sehr akkurat bestimmen. So konnte zum Beispiel gemessen werden, dass die Rotverschiebung von Galaxien stark zunimmt, je weiter weg sie sind. Dadurch konnte die oben erwähnte Ausdehnung des Universums quantitativ erschlossen werden. Auf ähnliche Art wird so die Doppler-Spektroskopie bei der Methode der radialen Geschwindigkeiten verwendet, um aus periodischen Rot- und Blauverschiebungen der Spektrallinien eines Sterns auf eine Bewegung um einen gemeinsamen Schwerpunkt zu schliessen, die durch das Vorhandensein eines Planeten entsteht. Da die Methode sehr sensibel ist, können so auch relativ kleine Planeten entdeckt und deren Masse sowie Bahnradius bestimmt werden.

4.2.3 „Mobilis in Mobile“ - Zeit als Mittel zur Raumvermessung

Bei den oben erwähnten Methoden bleibt die räumliche Auflösung das grösste Problem. Um es zu überwinden, lässt sich allerdings auf ein Hilfsmittel zurückgreifen, das bisher nur passiv oder höchstens unterstützend vorkam: die Zeit. Indem wir Zeitmessungen gezielt als aktive Beobachtungstechnik einsetzen, können wir die räumliche Auflösung selbst der besten Interferometer überbieten. Die Zeit als autonome Messmethode stellte sich dabei als so gut heraus, dass Weltraumprogramme wie Kepler oder TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) nicht mehr die höchste räumliche Auflösung anstrebten, und stattdessen sich auf die Umsetzung von präziser Zeitmessung und Photometrie²² konzentrierten. Der Durchgang eines erdgrossen Planeten vor einem Stern löst eine Helligkeitsschwankung unter 0.01 % aus. Die beste Strategie, das zu messen, ist nicht, den Stern möglichst scharf als kleinen Punkt abzubilden, sondern das Licht mit einer grösseren Sensorfläche aufzunehmen. Der Verlust der räumlichen Auflösung wird dann durch eine bessere zeitliche Auflösung wettgemacht, mit der der Stern alle paar Minuten nach Helligkeitsschwankungen untersucht wird. Wird das über mehrere Durchgänge verfolgt, lassen sich daraus die Planetengrösse und Umlaufzeit bestimmen. Verbunden mit Doppler-Spektroskopie erhält man die Masse, und dann die Dichte des Planeten, und somit die Information, ob dieser aus Gas, Gestein, Wasser oder einer Mischung aus allem besteht.

Es ist ferner von Vorteil, dass wir uns selbst auf der Erde um die Sonne herumbewegen, und somit von einem sich bewegenden Objekt aus beobachten²³. Bereits Tycho versuchte über die Parallaxe herauszu-

20 Das ist übrigens einer der Gründe, warum Infrarot-Teleskope wie das Spitzer Space Telescope, das Herschel Space Observatory und das James Webb Space Telescope im Weltraum sein müssen. Wären sie auf der Erde, würde man nur das Leuchten der Erdatmosphäre sehen aber keine Sterne.

21 Als Beispiel: Das Atacama Large Millimetre Array (ALMA), eines der auflösungsstärksten Interferometer, kann selbst in nahen sternbildenden Regionen wie den Taurus- und Lupus-Wolken lediglich Strukturen von der Grösse der Jupiter-Umlaufbahn auflösen.

22 Die Bestimmung der Helligkeit der Sterne.

23 Selbst die Raumteleskope sind an die Erdbewegung gebunden, entweder in einer Umlaufbahn um die Erde (wie das Hubble-Teleskop), der Erde folgend (wie das Spitzer-Teleskop) oder im Lagrange-Punkt L2 der Erde-Sonne-Achse folgend (wie die Herschel, Planck und James Webb Raumteleskope).

finden, ob die Erde sich auch wirklich bewegte. Bis vor ein paar Jahren war es aber nur möglich (z.B. mit der Hipparcos-Mission der ESA), die Bewegung von den Sternen relativ zueinander zu bestimmen, die sich direkt im Gesichtsfeld eines Instruments befanden. Das änderte sich mit der Gaia-Mission, die vorwiegend zeitbasierte Messungen vornimmt. Gaia hat nicht nur zwei grosse Gesichtsfelder von je 106.5° , sondern dreht sich auch noch stetig mit 1° pro Minute, scannt dabei andauernd den Himmel ab und hält das mit Zeitstempeln fest. Die Parallaxe wird dann nicht nur gegen ein paar andere Sterne, sondern gegen die Gesamtheit aller durch Gaia gemessenen Sterne bestimmt. Das stellt Herausforderungen an die Datenverarbeitung und -übertragung, aber bewirkt, dass wir jetzt die Positionen von Sternen von bis zu 10'000 Lichtjahren Entfernung mit noch nie dagewesener Präzision messen können. Mit zunehmender Missionsdauer wird diese Präzision zudem immer besser²⁴.

Bei Zeitmessungen stellt sich auch die Frage, mit welcher Genauigkeit und über welche Zeiträume gemessen werden muss. Die Durchgänge von Planeten dauern ein paar Stunden. Junge Sterne haben häufig Sonnenflecken, die viel grösser und veränderlicher als die der Sonne sind und Aufschluss über die innere Sternstruktur geben. Diese rotieren in ein paar Tagen um den Stern und sind auch durch Helligkeitsschwankungen detektierbar. Innere Planeten haben Umlaufzeiten von Monaten bis Jahren. Für diese Zeitskalen können wir durchaus auf historische Aufzeichnungen zurückgreifen. Sehr gute Photometrie ist seit den 1970er Jahren verfügbar, das entspricht etwa 4 Jupiterumläufen und vielen Umläufen mehr für innere Planeten. Photometrische Messdaten in brauchbarer Qualität²⁵ gibt es sogar bereits seit Ende des 19. Jahrhunderts²⁶. Das bedeutet, dass sich die verfügbare technologische Zeitskala mit den benötigten astronomischen Zeitskalen zu decken anfängt. Sternwarten in aller Welt liefern photometrische Daten von hohem wissenschaftlichem Wert und machen sie öffentlich zugänglich. Dadurch wird die Methode der Raummessung durch Zeitmessung immer leistungstärker. Vor allem die Forschungsgebiete der Planetenentdeckung und der Planeten- und Sternentstehung profitieren nachhaltig davon.

Abbildung 4-3 zeigt ein Beispiel für den jungen Stern RX-J1604.3-2130A, bei dem Helligkeitsschwankungen beobachtet wurden. Die Verdunklungen waren recht stark und traten etwa alle 5 Tage auf, waren aber nicht wirklich periodisch (Abbildung 4-3 unten). Beides spricht gegen einen Planeten und mehr für die Bewegung einer ausgedehnten, dynamischen Struktur, wie die einer planetenbildenden Gas- und Staubscheibe. Eine solche grosse Scheibe mit einem Durchmesser von fast zweimal dem der Umlaufbahn Plutos konnte auch durch das VLT-Teleskop direkt abgebildet werden²⁷. Aber diese Scheibe steht so, dass wir sie von oben vollständig sehen, so dass die Schwankungen nicht von ihr stammen konnten. Es waren aber an gegenüberliegenden Seiten zwei Einbuchtungen der Scheibe ersichtlich, deren Position sich nicht änderte, aber deren Helligkeit im Rhythmus weniger Tage immer wieder zu- und abnahm. Wir bemerkten das nur, weil zeitaufgelöst beobachtet wurde. Da bei diesen Abständen zum Stern jede physikalische Bewegung Jahrhunderte dauern wür-

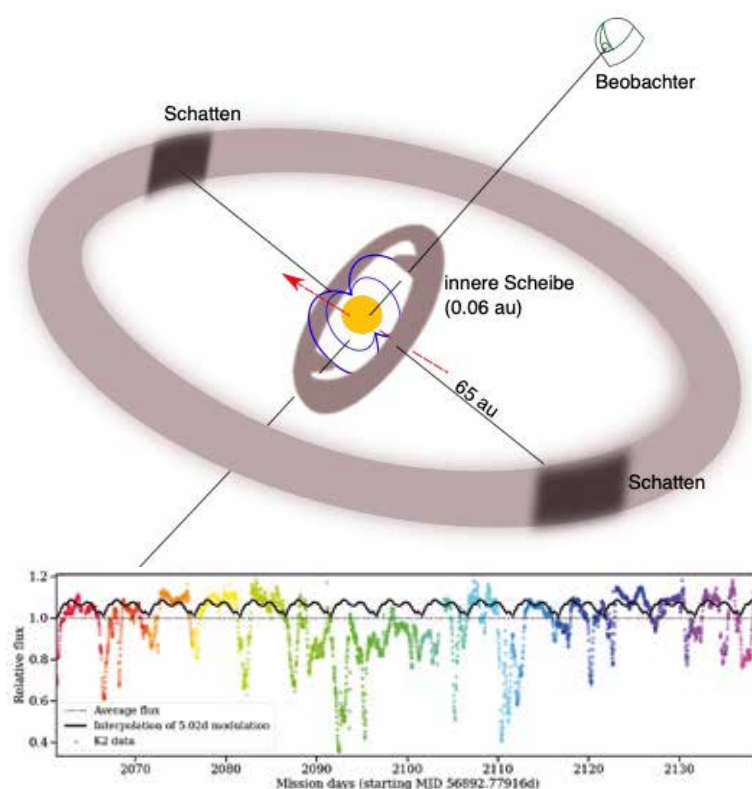


Abbildung 4-3: Oben: Illustration des Systems des jungen Sterns RX-J1604.3-2130A mit Stern, umgebenden Scheiben aus Staub und Gas (nicht massstabsgetreu). Unten: Zeitliche Variation der Lichtintensität des Sterns (Abb. basierend auf Sicilia-Aguilar et al. 2020).

de, konnten die Einbuchtungen nicht Löcher in der Scheibe sein. Stattdessen mussten es Schatten sein, denn nur Licht kann sich schnell genug ausbreiten, um die täglichen Schwankungen zu produzieren. Die Schatten mussten somit von einer weiteren Scheibe produziert werden mit einer fast rechtwinkligen Ausrichtung zur ersten Scheibe, die dann ähnlich wie der Bildschirm eines Schattentheaters auf uns wirkt. Die zweite Scheibe steht dann auch so, dass sie die Helligkeitsschwankungen des Sterns verursachen kann.

²⁴ Wir können selbst Positionen abschätzen für die Sterne, die wir nicht gut genug vermessen können. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Messung der Parallaxe scheitert, nimmt mit dem Abstand des Sterns zu. Durch die bayessche Statistik ist es dann möglich, das Scheitern der Messung oder des Fits zur immensen Gaia-Datensammlung mit einer maximierten Wahrscheinlichkeit der Distanz zu korrelieren. Somit können auch negative Messergebnisse quantitativ verwendet werden (siehe Bailer-Jones 2015 und auch Fussnote 9).

²⁵ Durch die Digitalisierung der Fotografien.

²⁶ Grinin 2023.

²⁷ Pinilla et al. 2018.

Durch die Intensität der Verdunkelung konnte die Masse der zweiten Scheibe bestimmt werden (etwa die eines grossen Asteroiden, aber völlig zerstäubt in sub-Mikrometer kleine Teilchen). Die nicht ganz regelmässigen Schwankungen liessen sich ferner darauf zurückführen, dass Masse aus dieser Scheibe auf den Stern fällt ²⁸.

Diese Rückschlüsse konnten nur gezogen werden, weil wir systematisch die Zeitabhängigkeit nachverfolgen konnten. Diese neuartige Messmethode, Information aus Zeitfolgen abzuleiten, hat sich dadurch bereits als derart effizient herausgestellt, dass sie bereits primär verwendet wird bei der Entwicklung von neuen Instrumenten. Neben den bereits erwähnten Kepler, TESS und Gaia Raumprogrammen seien noch All Sky Automated Survey (ASAS), Vera Rubin Observatory, Zwicky Transient Facility und Las Cumbres Global Observatory Telescope Network erwähnt. So verschieden diese Programme auch hinsichtlich Teleskopgrösse, Spektralbereich und ob von der Erde aus oder vom Satellit aus beobachtend sind, sie alle benutzen die Zeit-Methode, um Information über Grösse und Struktur der beobachteten Objekte zu gewinnen.

4.2.4 Zeitaufnahmen des Universums mit astronomischen Objekten: Pulsare

Seit Bürgis Uhren hat sich die Kunst der Zeitmessung dramatisch verbessert, und moderne Atomuhren bieten eine nie dagewesene Genauigkeit und Stabilität. Diese gibt es aber erst seit relativ kurzer Zeit, wohingegen sich überall im Universum verteilt ähnlich exakte Uhren befinden mit einer Stabilität, die sich über Millionen von Jahren erstreckt: Pulsare.

Pulsare wurden im Jahr 1967 von Jocelyn Bell-Burnell und Antony Hewish entdeckt ²⁹. Ein Pulsar entsteht, wenn ein massereicher Stern stirbt, aber seine Masse nicht gross genug ist, um ein schwarzes Loch zu bilden. Strukturen im Universum entstehen durch die entgegengesetzte Wirkung von innerem Druck und Gravitation. Gaswolken in der Galaxie halten ihre Form durch den Gasdruck, so wie es auch mit der Erdatmosphäre geschieht. Kühlt aber das Gas ab, nimmt der Druck ab und das Gas kollabiert unter der eigenen Schwerkraft. So entsteht ein Stern. Der Stern würde weiter in sich zusammenfallen, aber die Energie, die dadurch freigesetzt wird, wandelt sich in Wärme um, und irgendwann ist es dann so heiss, dass die Wasserstoff-Atomkerne zu verschmelzen anfangen. Dadurch entsteht ein Strahlungsdruck, der den gravitationellen Kollaps anhält. Dieses Gleichgewicht bleibt während der Lebensdauer des Sterns bestehen. Ist der Wasserstoff aufgebraucht, kollabiert der Stern erneut und heizt sich weiter auf, bis in den inneren Schichten Helium zu verschmelzen anfängt. Ist das Helium dann auch aufgebraucht, fällt ein Stern

von der Grösse der Sonne in sich zusammen und bildet einen weissen Zwerg. Ein weisser Zwerg kann dann nicht weiter schrumpfen, da Elementarteilchen wie Elektronen sich wegen dem quantenmechanischen Pauliprinzip nicht beliebig zusammendrücken lassen. Massereichere Sterne heizen sich jedoch noch mehr auf und können dann auch Kohlenstoff und weitere Atome verschmelzen ³⁰. Ist die Sternmasse etwa 40 % grösser als die der Sonne, bewirkt die Gravitationskraft, dass beim Kollabieren die Abstossung der Elektronen überwunden und die gesamte Materie in Neutronen umgewandelt wird. Es bildet sich ein immens dichtes Objekt von nur 10 - 12 km Durchmesser, ein Neutronenstern. Bei diesem physikalischen Prozess muss der gesamte Drehimpuls allerdings beibehalten werden (siehe dazu Kapitel 3), und die gesamte Rotation des Sterns wird auf dieses winzig kleine Objekt übertragen. Das bedeutet, die resultierenden Neutronensterne rotieren mit extrem hoher Geschwindigkeit um ihre Achse, manche von ihnen im Millisekundentakt. Solche Körper werden Pulsare genannt, da sie mit ihrer Rotation gepulst Strahlung aussenden. Die Pulsabstände sind extrem stabil und übertrafen bis vor Kurzem die Genauigkeit menschengemachter Uhren. Es braucht mehrere hundert Millionen Jahre, bis sich der Takt eines Pulsars von Millisekunden auf Sekunden verlangsamt. Wegen der extremen Regelmässigkeit der Pulsfrequenz kann bereits eine kleinste Störung der Drehung mit hoher Genauigkeit detektiert werden. Aus diesem Grund wurden die ersten Planeten ausserhalb des Sonnensystems bei Pulsaren entdeckt, mit Planetenmassen, die nur etwa zweimal so gross wie die Mondmasse waren. Pulsare sind im ganzen Universum verstreut und können daher zur genauesten Zeitmessung in ihrer direkten Umgebung verwendet werden, zum Beispiel, um die Grenzen der allgemeinen Relativitätstheorie zu testen oder sogar bei der Detektion von Gravitationswellen ³¹.

4.3 Licht aus der Vergangenheit

So wie das Volumen an brauchbaren Beobachtungsdaten mit den Jahren anwächst, so werden wir auch astronomische Vorgänge mit immer längeren Zeitskalen zunehmend verfolgen können. Somit werden wir künftige Ereignisse gut dokumentieren können. Mehr über Ereignisse in der Vergangenheit herauszufinden sollte aber kaum mehr möglich sein, wenn deren Licht vor Jahrzehnten oder Jahrhunderten bereits auf die Erde traf. Ebenso scheint Information über Ereignisse, die nicht in der direkten Sichtlinie der Erde liegen, für uns unerreichbar zu sein. Es gibt aber manchmal Umstände, die uns erlauben, dennoch an das Licht der Vergangenheit heranzukommen.

²⁸ Sicilia-Aguilar et al. 2020.

²⁹ Hewish et al. 1968.

³⁰ Alle Elemente mit einer grösseren Masse als Lithium entstanden in Sternen.

³¹ Ransom 2013.

4.3.1 Spiegel und Rauch

Eta Carinae ist einer der massereichsten Sterne in der näheren Umgebung der Sonne und ist auch einer der besten Kandidaten, in der näheren Zukunft als Supernova zu explodieren (möglich in den nächsten Tagen, vielleicht Jahren, vielleicht aber auch erst in ein paar hundert Jahren). Auch wenn er ein sehr weit entwickelter Stern ist, alterte er wegen seiner grossen Masse sehr schnell und ist deshalb noch von einem Nebel, dem Carinanebel, umgeben. Dieser ist ein gigantisches Sternentstehungsgebiet inklusive Sternhaufen mit mehreren tausend sehr jungen Sternen. Der Nebel leuchtet sehr hell, beleuchtet durch Eta Carinae und mehreren anderen massereichen Sternen in der Umgebung. Wir wissen, dass Eta Carinae in seinen letzten Lebenszügen liegt, weil im 19. Jahrhundert ein heftiger Helligkeitsausbruch aufgezeichnet wurde. Die Explosion war derart intensiv, dass sie zwei grosse Staubkeulen erzeugte, die als der Homunkulusnebel bekannt sind. Wäre damals die heutige Technologie zur Verfügung gestanden, dann hätten wir nicht nur den Zeitablauf des Helligkeitsausbruchs gemessen, sondern auch die Spektralinformation aufgezeichnet, um die Eigenschaften des Materials zu bestimmen, das bei der Explosion involviert war. Da das Ereignis allerdings im Jahr 1838 erfolgte und nicht messtechnisch erfasst werden konnte, ging diese Information verloren.

Das stimmt allerdings nicht ganz. Der Carinanebel ist derart gross, dass ihn das Licht der Explosion erst weit über hundert Jahre später traf. Wird der Nebel beleuchtet, wirkt er dann als Spiegel und wirft das Licht wieder zurück, ein Teil davon in Richtung Erde. Während den Jahren 2011 bis 2014 konnte nun ein Aufblitzen von Teilen des Nebels beobachtet werden, das genau der Spiegelung des Lichts von 1838 entsprach, und mit modernen Instrumenten analysiert werden konnte. Daraus liess sich schliessen, dass dieses Ereignis ein „supernova impostor“ war, das heisst etwa eine vorgeschwindelte Supernova³². Dabei handelt es sich um ein Phänomen, das in den letzten Phasen eines massereichen Sterns auftritt, kurz bevor er seinen Lebenszyklus als Supernova beendet.

Die Verwendung des Lichtechos, die Reflexion des Lichts an einem Nebel, ist auch eine weitere Art, über die Zeitabhängigkeit an die Raumstruktur zu gelangen. Wenn das Licht eines Ereignisses von verschiedenen Teilen eines Nebels zu uns zurückgeworfen wird, trifft es früher oder später auf der Erde ein, je nachdem wie weit weg die entsprechenden Teile des Nebels liegen. Da wir die Lichtgeschwindigkeit kennen, lässt sich die Distanz zu den Nebelteilen so direkt bestimmen, und somit die Form des Nebels.

Das Vorhandensein eines Reflexionsnebels, der das Licht eines benachbarten Objekts streut, ist ferner typisch für junge Sterne. Ein Beispiel dazu ist Hubbles variabler Nebel, der durch den jungen R Monocerotis

beleuchtet wird (Abbildung 4-4). Der Nebel hat die Form einer Rauchfahne, die vom Stern auszugehen scheint. Die starken Helligkeitsschwankungen des Nebels beflügelte die Phantasie der Astronomen seit der Entdeckung im Jahr 1783 durch W. Herschel. Da Änderungen auf einer Zeitskala eines Jahres und weniger vorkommen, folgt allerdings erneut, dass nicht der „Rauch“, oder das Gas, selbst dafür verantwortlich sein kann,

sondern nur als Spiegel wirkt für das Licht des Sterns. Die Periode der Variabilität, um die 18 Monate, zeigt an, dass sich etwas um den Stern herum bewegen muss in einer Umlaufbahn, die etwa rechtwinklig zu uns steht, so dass es seinen Schatten auf den Nebel wirft wie in einem chinesischen Schattentheater. Da der Stern und dieses Objekt nicht direkt sichtbar sind, wirkt die Zeitentwicklung des Schattens als eine Art Periskop, das uns um die Ecke blicken lässt und uns Strukturen erkennen lässt, die uns sonst für immer verborgen geblieben wären. Gleichsam ist es ein schönes Beispiel, was die moderne Wissenschaft aus der Idee gewinnen kann, die in Platons Höhlengleichnis erstmals formuliert wurde.



Abbildung 4-4: Hubbles variabler Nebel über R Monocerotis. Aufnahme mit Calar Alto 2.2 m Teleskop. (Doktorarbeit von Ruhee Kahar, University of Dundee.)

4.4 Bürgi und darüber hinaus: die künftige Rolle der Zeit in der Astronomie

Seit Bürgis Epoche entwickelte sich die Rolle der Zeit von einem Hilfsmittel der Astronomie zu einem selbstständigen, leistungsstarken Arbeitsgerät, um Himmelskörper zu vermessen. Die oben erläuterten Vorgehensweisen bilden den Anfang dieser relativ neuen Entwicklung. Die Erkundung des Universums nach Positionen geht bis in die Antike zurück. Die systematische Aufschlüsselung nach Wellenlängen und Farben lässt sich auf den Beginn der Radioastronomie in den 1930er Jahren durch Karl Jansky zurückführen, wurde aber im grossen Stil erst durch die IRAS-Mission in den 1980er Jahren umgesetzt. Die Verwendung der Zeit als autonomes und komplettes Mittel konnte sich erst in den letzten Jahren breit durchsetzen und bietet jetzt die besten Möglichkeiten, neue Entdeckungen zu machen. Sowohl mit menschengemachten Uhren als auch den kosmischen Uhren können wir somit davon ausgehen, dass Zeitmessungen zentral in der weiteren Erkundung des Universums sein werden.

³² Prieto et al. 2014.

Bibliografie

Bailer-Jones, Coryn 2015 Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Vol. 127, S. 994-1009.

Bessel, Friedrich Wilhelm 1838 On the parallax of 61 Cygni. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 4, S. 152-161.

Cunliffe, Barry 2003 The extraordinary voyage of Pytheas the Greek. Penguin Books, New York. Kap. 2, 6.

Freeth, Tony, et al. 2021 A model of the Cosmos in the ancient Greek Antikythera Mechanism. Scientific Reports, Vol. 11, Artikelnummer 5821.

Grinin, V. P., et al. 2023 Photometric activity of CQ Tau on the time interval of 125 years, Astrophysics, Vol. 66, S. 235-241.

Hewish, Antony, Bell, Jocelyn, et al. 1968 Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source. Nature, Vol. 217, Issue 5130, S. 709-713.

Hubble, Edwin 1929 A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Vol. 15, Issue 3, S. 168-173.

Jones, Alexander 2017 A portable cosmos. Revealing the Antikythera Mechanism, scientific wonder of the ancient world. Oxford University Press, Oxford, Kap. 3, 5, 7, 9.

Lemaître, Georges 1927 Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, A47, S. 49-59.

Lightfoot, John M. 1989 Shadowplay in Hubble's variable nebula. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 239, S. 665-675.

Penzias, Arno, Wilson, Robert 1965 A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. Astrophysical Journal, Vol. 142, S. 419-421.

Planck Collaboration 2020 Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck. Astronomy & Astrophysics, Vol. 641, id.A1.

Pinilla, Paola, et al. 2018 Variable outer disk shadowing around the dipper star RX J1604.3-2130A. The Astronomical Journal, Vol. 868, S. 85-99.

Prieto, José Luis, et al. 2014 Light echoes from Eta Carinae's Great Eruption: Spectrophotometric evolution and the rapid formation of nitrogen-rich molecules. The Astrophysical Journal Letters, Vol. 787, S. 8-14.

Ransom, Scott M. 2013 Pulsars are cool. Seriously. Proceedings of the International Astronomical Union, Vol. 291, S. 3-10.

Ruggles, Clive, Cotte, Michel 2010 Heritage sites of astronomy and archaeoastronomy in the context of

the UNESCO World Heritage Convention, ICOMOS and International Astronomical Union, Paris, Kap. 9 (Nikolaidis, Efthymios et al.), und 10 (Heidarzadeh, Tofigh), Paris 2010.

Schlosser, Wolfhard 2006 Die Himmelsscheibe von Nebra - Astronomische Untersuchungen. In: Der geschmiedete Himmel, Harald Meller (Hrsg.), Stuttgart, S. 44-47.

Sherwood, Steve 2011 Science controversies past and present. Physics Today 64, 10, 39.

Sicilia-Aguilar, Aurora, et al. 2014 A Herschel view of IC 1396A: Unveiling the different sequences of star formation. Astronomy & Astrophysics, Vol. 562, A131.

Sicilia-Aguilar, Aurora, et al. 2020 Time-resolved photometry of the young dipper RX J1604.3-2130. Unveiling the structure and mass transport through the innermost disk. Astronomy & Astrophysics, Vol. 633, S. 37-57.

Slipher, Vesto M. 1915 Spectrographic Observations of Nebulae. Popular Astronomy, Vol. 23, S. 21-24.

Stefansson, Vilhjalmur 1940 Ultima Thule: Further Mysteries of the Arctic, Macmillan Company, New York, Kap. 1.

de Zeeuw, P. T. 1999 A Hipparcos census of the nearby OB associations. The Astronomical Journal., Vol. 117, S. 354-399.

Aurora Sicilia-Aguilar

Aurora Sicilia-Aguilar studierte Physik an der Universidad Autónoma de Madrid und erhielt von dort auch ihren Dokortitel für eine Arbeit, die am Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, USA, ausgeführt wurde. Sie forschte im Anschluss am Max-Planck-Institut für Astronomie in Heidelberg und erhielt dann eine Dozentenstelle an der Universidad Autónoma de Madrid. Nach einem kurzen Aufenthalt an der University of St. Andrews, UK, wurde sie auf eine permanente Stelle an der University of Dundee, UK, berufen, wo sie jetzt Reader in Astrophysik ist. Sie ist zudem Public Engagement Officer für das Physikdepartement und Vorsitzende des Themenbereichs Astronomie und Weltraumwissenschaften der Scottish Universities Physics Alliance (SUPA). Ihr Forschungsschwerpunkt liegt auf der Erweiterung unseres Verständnisses der Planeten- und Sternentstehung. Sie ist Pionierin einer neuartigen Methode, bei der die Messdaten mit einer detaillierten Zeitauflösung von vielen, auch kleineren optischen Teleskopen zusammengeführt werden mit Messdaten von Radio- bis hin zu Röntgenteleskopen. Sie leitete mehrere Beobachtungsprogramme mit erd- und weltraumbasierten Teleskopen, und führt nun das North-PHASE-Projekt, das über fünf Jahre Daten zur Erforschung junger Sternhaufen am spanischen Javalambre Observatorium erfassen wird.

5 Triangulation, von Bürgi bis Leica

Bernhard Braunecker

5.1 Zusammenfassung

Heutige geodätische Instrumente wie optoelektronische Theodolite (Abbildung 5-1) sind die Hauptprodukte von Leica Geosystems in Heerbrugg im Kanton St. Gallen, unweit des Städtchens Lichtensteig, wo vor 470 Jahren Jost Bürgi geboren wurde. Bürgis Uhren, Himmelsgloben und Vermessungsinstrumente waren so präzise gebaut, dass die Messergebnisse mit der Genauigkeit von Zeit- und Winkelsekunden angezeigt werden konnten. Bürgis und den heutigen Messgeräten über die Jahrhunderte hinweg gemeinsam geblieben ist die Tatsache, dass stets die Triangulation, also das kollektive Erfassen vieler Messpunkte, sei es optisch oder heutzutage auch mittels Satelliten, konzeptuell im Mittelpunkt stand. Dieses Kapitel erklärt die Grundprinzipien der Vermessungstechnik und schlägt den Bogen von Bürgis Zeit bis hin zur heutigen Technologie.



Abbildung 5-1: Leica Theodolit

sich bei bekanntem Abstand beider Messpunkte die gesuchte Objektlage relativ zur Kanone trigonometrisch berechnen. Das Prinzip nennt man Triangulation und im Anhang erläutern wir die dazu erforderlichen Rechenschritte.

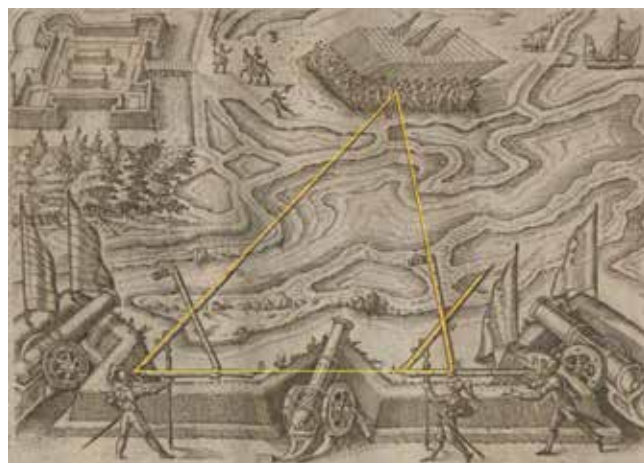


Abbildung 5-2: Triangulation

Heutzutage würde man direkt bei der Kanone einen modernen Theodolit mit eingebautem Laserdistanzmesser platzieren, mit dem man die interessierende Stelle anvisiert, vom Instrument den Horizontal- und den Vertikalwinkel ausliest, ebenso die Entfernung entlang der Visierlinie.

5.2 Einleitung

Die mit am häufigsten ausgeführte Tätigkeit vieler Lebewesen und somit auch von uns Menschen ist die räumliche Erfassung der Umwelt mittels unseres Gesichtssinns. Besonders wichtig zum Überleben ist die Fixierung auf suspekte Objekte unter quantitativer Abschätzung ihrer relativen Lage zu uns. Falls wir sie jedoch mit sehr viel höherer Genauigkeit wissen müssen als wir es visuell vermögen, dann muss man beide Augen durch geeignete Messinstrumente ersetzen. Das erkannte man bereits sehr früh in der Geschichte der Menschheit und die Entwicklung dazu geeigneter Instrumente, aber auch die der Auswertung der Messungen, war zu allen Zeiten einer der grossen Fortschrittsstreiber, um genauer, verlässlicher und schneller die Umwelt in 3D zu erfassen.

So soll in der historischen Szene aus Bürgis Zeiten (Abbildung 5-2) die unbekannte Lage des feindlichen Heeres relativ zur Kanone im Bildvordergrund ermittelt werden, damit diese entsprechend räumlich eingestellt werden kann [1]. Wie ersichtlich bestimmte man von zwei Positionen aus die Anzielwinkel zum Objekt mittels mechanischer Peilgeräte. Dann lässt

Im Falle, dass jedoch ein Hindernis die Sicht versperren würde, müsste man von der Kanone aus einen anderen Aufstellpunkt auswählen, der freie Sicht aufs Objekt hätte. Dann allerdings müsste man zuvor dessen genaue Lage relativ zur Kanone bestimmen. Also wäre man wieder bei der Triangulationsmethode von Abbildung 5-2 wie zu Bürgis Zeiten, als man stets von mehreren Beobachtungspunkten aus das Objekt anpeilen musste, da es keine genauen Distanzmesser gab ¹.

Wir gehen im Folgenden näher auf die Triangulation ein und zeigen, dass sie auch heutzutage angewendet wird, sei es bei der Luftbildphotogrammetrie oder bei der Navigation mittels Satellitensystemen.

¹ Beim Nivellieren kann man Entfernungen direkt optisch mit einem anallaktischen Fernrohr messen. Das Fernrohrobjektiv hat in seiner Brennebene eine Strichplatte mit den sogenannten Reichenbach'schen Markierungslinien, die man mit dem Fernrohrkular betrachtet. Die Fernrohroptik ist so gerechnet, dass wenn die Latte in 10 m Entfernung steht, man zwischen den Linien einen 10 cm Lattenausschnitt sieht. Befindet sich die Latte in 20 m Entfernung, liest man 20 cm ab. Bereits um 1810 zu napoleonischen Zeiten wurden so von Georg Reichenbach (1771 - 1826), einem Mitarbeiter von Joseph Fraunhofer (1787 - 1826), diese Art von Nivellieren gebaut, mit denen weite Gebiete Europas geodätisch vermessen wurden.

Vor allem finden wir sie in der modernen Astronomie bei der Lagevermessung stellarer Objekte (Kapitel 4 dieses Heftes).

5.3 Klassische Triangulation wie zu Bürgis Zeiten

Bei der klassischen Vermessung eines Zielpunktes P legt der Vermesser als Erstes einen Referenzpunkt B1 fest, von der er aus die Messung beginnen will. Oft ist dies ein amtlicher Messpunkt (Abbildung 5-3), der auch das Koordinatensystem bestimmt. Dann wählt er weitere Messpunkte aus wie B2, B3, eventuell noch weitere, die alle freie Sicht zum vermessenden Punkt P, aber auch zueinander haben müssen. Diese Basispunkte B2 und B3 peilt er von B1 aus mit seinem Instrument an und misst die Distanzen B1/B2 und B1/B3.

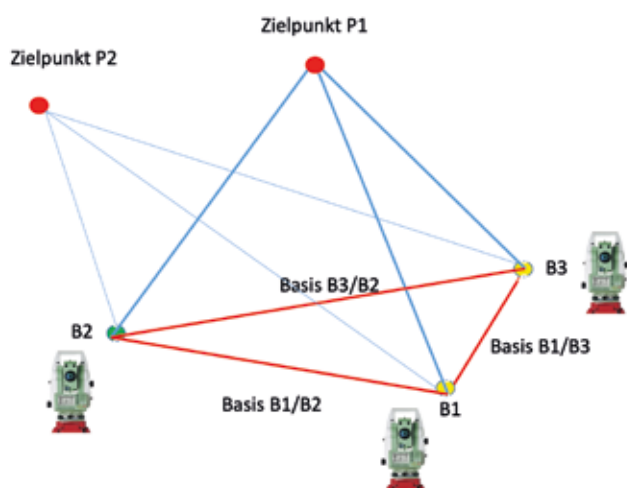


Abbildung 5-3: Triangulationsbasis

Somit kennt der Vermesser die in der Abbildung rot gezeichnete Dreiecksanordnung von Basispunkten, die bei Hinzunahme weiterer Basispunkte statt eines Dreiecks ein Polygon ergäbe. An jedem dieser Basispunkte stellt er den Theodolit auf und zielt den Objektpunkt P1 oder P2 an. Wie im Anhang beschrieben, lassen sich die räumlichen 3D-Koordinaten der gesuchten Punkte P aus den beiden Anzielmessungen von nur einer Basiskonfiguration eindeutig berechnen, sofern die Messungen fehlerfrei sind. Da sich jedoch stets Störeinflüsse wie zum Beispiel ein Flimmern der Luft nicht vermeiden lassen, zielt man P von möglichst vielen Basispunkten B1, B2, B3, ... aus an und führt die numerische Auswertung *gemeinsam* für alle möglichen Basisanordnungen B1/B2, B2/B3, B3/B1, ... durch.

Diese historisch erprobte Methode ist jedoch prinzipiell aufwändig, denn man muss das Gerät zu den einzelnen Basismesspunkten bringen, dort horizontal und vertikal einjustieren, dann vorsichtshalber nochmal zurückmessen zum Referenzpunkt, und vor allem hoffen, dass sich in der Zwischenzeit das Messobjekt P nicht bewegt hat. Die Methode macht also nur Sinn

für topographische Vermessungen stationärer Objekte wie Kirchtürme oder Bergspitzen, also bei der Erstellung von Landkarten.

5.4 Der menschliche Gesichtssinn, Triangulation für schnelle Objekterfassung

Es wäre viel effizienter, wenn man an jedem Basispunkt einen justierten Theodolit fix aufgebaut hätte. Wenn es zusätzlich noch gelänge, alle Theodolite von einer Zentrale aus gemeinsam auf das Zielobjekt auszurichten und die Messungen zeitgleich auszulösen, könnte man nacheinander eine Reihe von Objektpunkten P1, P2, ... quantitativ erfassen, also beispielsweise ein ganzes Bergmassiv, oder sogar sich bewegende Objekte.

Diese Notwendigkeit erkannte die Natur schon lange und deshalb besitzen wir Menschen wie die meisten Lebewesen zwei im fixen Basisabstand zueinander stehende Hochleistungsinstrumente, unsere Augen. Die erfassten Objektpunkte werden auf den beiden Retinas abgebildet und die Bildsignale vom Gehirn syn-

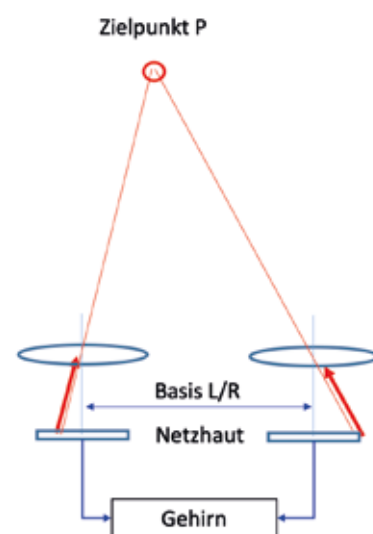


Abbildung 5-4: Unser Gesichtssinn

chron verarbeitet. Wie in Abbildung 5-4 ersichtlich, bestimmt der Ort der Bildablage auf der Netzhaut den Anzielvektor, den das Gehirn primär benutzt zur Bestimmung der dreidimensionalen Objektlage im Raum.

Aber das allein wäre nicht ausreichend: Neben der Abbildung auf die Netzhaut veranlasst das Gehirn noch komplizierte Zitterbewegungen beider Augenlinsen wie auch leichte Veränderungen der beiden Linsenbrechkraften, das sogenannte Akkommodationszittern. Erst all diese scheinbar erratischen, differentiellen Pupillenbewegungen ermöglichen dem Gehirn das Erkennen, Identifizieren und die Lagebestimmung von Objekten. Selbst schnell bewegte, schlecht beleuchtete und schwer zu erkennende Objekte werden in Bruchteilen von Sekunden quantitativ sicher von unserem Gesichtssinn erfasst. Nur wie können wir das geniale Konzept der Natur auch technisch umsetzen?

5.5 Luftbildphotogrammetrie, Triangulationsbasis in den Wolken

Eine wichtige Aufgabe zu allen Zeiten war die Erstellung des Höhenprofils einer Landschaft, sei es aus zivilen oder militärischen Gründen. Dazu müssen riesige Mengen von Objektpunkten aus verschiedenen Perspektiven messtechnisch erfasst werden. Somit ersetzt man als erstes, unserem Gesichtssinn folgend, die Einzelpunktmessungen durch eine Bildaufnahme mit einer hochauflösenden Filmkamera.

Dann und naheliegend vermisst man die Landschaft von oben nach unten, um freie Sicht auf alle Terrainpunkte zu haben. Schliesslich löst man das Problem der verschiedenen Perspektivwinkel, indem man mit einem Flugzeug über die Landschaft fliegt und Sequenzen von Bildern aufnimmt, die sich überlappen. Bei einem Überlappungsgrad von 60 % wird ein Bodenobjekt wie das gelbe Häuschen in Abbildung 5-5 auf drei aufeinander folgende Filmaufnahmen abgebildet, aber an verschiedenen Lagen, also aus verschiedenen Blickwinkeln.

Das entspräche unserem Gesichtssinn mit drei Augen. Mit speziellen Analysesegeräten werden dann die

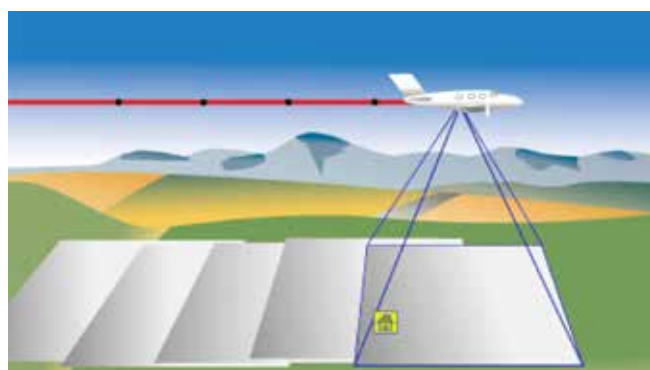


Abbildung 5-5: Luftbildphotogrammetrie



Abbildung 5-6: Luftbildaufnahme von Bern

Luftbilder nach der Landung ausgewertet und man erhält Bilder wie das von Bern, das aus einer Flughöhe von 1500 m aufgenommen wurde und worin jeder Bodenpunkt mit einer Genauigkeit von ± 2 cm in allen drei Raumkoordinaten erfasst wurde (Abbildung 5-6).

Diese sehr hohe Genauigkeit ist erforderlich für amtliche Katastervermessungen. Bei einem Bildformat von $9'' \times 9''$, also etwa 23 cm x 23 cm, und einer Filmauflösung von etwa 10 μm werden in einem Bild etwa 500 Millionen Bildpunkte gleichzeitig und verzeichnungsfrei registriert.

Die sehr grossen und schweren Kameraobjektive wie das *Universal Aviogon UAGS-2* von Wild Heerbrugg (später Leica Geosystems) in Heerbrugg (Kanton St. Gallen) waren wahre Meisterwerke optischer Ingenieurkunst (Abbildung 5-7). Optikexperten werden als hellen Fleck im Filmanlegerahmen die Austrittspupille erkennen, die trotz des grossen Betrachtungswinkels von 45° noch kreisrund, also unvignettiert ist. Damit wird eine gleichmässige Belichtungsintensität im gesamten Bildformat erreicht, eine sehr schwierig zu erfüllende Aufgabe für den Optikdesigner. Die dazu gehörende Filmkassette enthielt 600 m Rollfilm, wobei der $9''$ grosse Filmrahmen während des Fluges entgegen der Flugrichtung so auf Mikrometer genau mechanisch bewegt wurde, dass eine Bildverschmierung während des Belichtungsintervalls von Bruchteilen einer Sekunde nicht entstehen konnte (Forward Motion Compensation)[2].



Abbildung 5-7: Leica Experte Thomas Pozivil mit UAGS-2

Das Hauptproblem der Luftbildphotogrammetrie sind jedoch die unkontrollierten Lage- und Winkelschwankungen des Flugzeugs während der Aufnahmen. So sind abrupte Abweichungen von der vorgegebenen geraden Flugrichtung von mehreren Metern in allen drei Raumrichtungen zu erwarten, ebenso unkontrollierte Kippwinkel des Flugzeugs um mehrere Winkelgrad. Damit ist die wichtigste Voraussetzung der Triangulation, nämlich die Konstanz der Basis, nicht mehr gegeben. Man montiert deshalb im Flugzeug die schwere Kamera, bestehend aus Objektiv und Filmkassette, auf eine motorisch geregelte Plattform, um sie möglichst gut räumlich zu stabilisieren und bestückt sie mit vielen Neigungsmessern und Kreisel Sensoren, um die verbleibenden Lagestörungen messtechnisch zu registrieren. Nach der Landung, wenn die Filme entwickelt sind, werden



Abbildung 5-8: Digitalkamera Leica ADS40 im Labor und auf kreiselstabilisierter Plattform im Flugeinsatz

bei der rechnerischen Auswertung komplizierte Entzerrungsalgorithmen angewandt, um die durch die Flugzeugschwankungen verlorene Triangulationsbasis wieder herzustellen. Mit dieser Technik, die bei Wild und später bei Leica zur Hochblüte entwickelt wurde, wurde fast jeder Quadratmeter unserer Erde cm-genau vermessen. So eine Kamera kostete auch fast eine Million CHF.

Ab dem Jahr 2000 ersetzte man die Filmkassette durch digitale Sensoren. Der Vorteil war, dass man nun bereits während des Fluges die Bildauswertung vornehmen konnte. In Abbildung 5-8 sieht man die weltweit erste digitale Luftbildkamera ADS40 von Leica Geosystems aus dem Jahr 2005, links im Prüfaufbau im Labor und rechts montiert auf der bereits erwähnten stabilisierten Plattform im Flugzeug. Nachteilig ist, dass man auch in nächster Zeit keine quadratischen Sensoren von etwa 23'000 x 23'000 Pixel haben wird wie sie der Film auflöste. Man müsste sich daher auf kleinere Sensorformate beschränken, dann jedoch die Flugbahnen entsprechend dichter zueinander legen oder tiefer fliegen und dabei mehr Luft-

turbulenzen in Kauf nehmen. Beides erwies sich als nicht im Sinne der Anwender und so montierte man als Alternative zum Film in der Bildebene der Kamera mehrere eindimensionale Sensorzeilen von etwa 12'000 bis 20'000 Pixel quer zur Flugrichtung. Das erforderte dann neue und leistungstärkere Auswertelgorithmen, um an die hohen Leistungen der Filmtechnik anzuknüpfen.

Die Abbildung 5-9 zeigt Digitalaufnahmen von St. Louis / USA im sichtbaren (links) und im infraroten Spektralbereich (rechts) aus einer Flughöhe von etwa 3 km mit der ADS80, dem Nachfolgemodell der ADS40. Die Genauigkeit der 3D-Lage der Bodenpixel ist 1 - 2 cm. Da die technische Entwicklung der Sensoren mittlerweile zu kleineren Pixelgrößen geführt hat, ist die Sensorgröße bei gleicher Pixelanzahl kleiner geworden, so dass man die Kameras kleiner bauen kann. Das ermöglicht den Einsatz von Flugdrohnen anstelle von Flugzeugen und bringt eine deutliche Steigerung der Kosteneffizienz für die Anwender mit.

5.6 GNSS (Global Navigation Satellite Systems), Triangulationsbasis im Weltraum

Es ist naheliegend, statt der Flugzeuge auch Satelliten zur Triangulation einzusetzen, um überall auf der Erdoberfläche bewegliche Objekte in Echtzeit zu vermessen und somit ein neues Anwendungsgebiet, das der Online-Navigation zu erschliessen. Unterschiedlich zum Bisherigen ist, dass nunmehr nicht mehr die vom Objekt optisch reflektierte Sonnenstrahlung gemessen wird, sondern dass die Satelliten selber aktiv (Radio-) Signale aussenden, die unter anderem ihre genaue aktuelle Position enthalten. Das ist nötig, da die Satelliten in einem erdnahen Orbit von etwa nur 800 km Höhe fliegen, was einer Erdumlaufzeit von etwa einer Stunde entspricht. Wir sehen daher an jedem Ort der Erde eine sich laufend ändernde Anzahl und Anordnung verwendbarer Satelliten².

Es gibt nun verschiedene Satellitensysteme, die zur Navigation verwendet werden können: GPS (USA), Glonass (Russland), Galileo (EU), Beidou (China), IRNSS (In-



Abbildung 5-9: ADS80 Aufnahmen von St. Louis / USA im sichtbaren und IR Spektralbereich

² Satelliten, die gerade im Zenit oder am Horizont des Beobachters stehen, werden nicht berücksichtigt.

dien) und QZSS (Japan). Welche man zur Navigation verwenden kann, hängt von der politischen Weltlage ab, denn jeder Betreiber kann die Satellitensignale über einem ihm nicht genehmen Gebiet sperren. In der Regel sieht jedoch jeder GNSS Empfänger auf der Erde etwa 14 bis 18 Satelliten verschiedener Betreiber, deren Signale er zur Auswertung verwenden kann.

Allerdings muss man auch bei Satelliten mit vielen Störungen rechnen, die ohne Korrekturmassnahmen die Ortsbestimmung eines Bodenobjekts auf nur etwa 10 m begrenzen würden. In erster Linie sind das die Orbitschwankungen der Satelliten, vergleichbar den unkontrollierten Flugzeugbewegungen, dann die Verzerrungen der Radiosignale in der Ionosphäre ähnlich dem Luftflimmern in der Atmosphäre und letztlich und besonders tückisch Fehlreflexe der Radiosignale an Gebäuden und Bäumen.

Man muss also auf der Erde viel Aufwand treiben. Als erstes werden die Satelliten von den Betreibern weltweit von verschiedenen Bodenstationen aus permanent vermessen (Triangulation!). Um die ionosphärischen Verzerrungen zu eliminieren, stellt man an bestimmten amtlich vermessenen Referenzpunkten hochspezialisierte GNSS Empfänger auf, die aus den momentan eintreffenden Satellitensignalen ihre ‚falsche‘, da gestörte Position berechnen und sie mit der amtlichen Messung vergleichen. Die Differenzen werden on-line per Internet an einen zentralen Landesserver gesendet, der aus all den eintreffenden Fehlermeldungen der Referenzorte eine Art gerade gültiger Fehlerkarte erstellt. Diese Korrekturdaten werden vom Server sofort an einen geostationären Satelliten gesendet, der sie über dem betreffenden Land flächendeckend zurückstrahlt. Jeder GNSS Benutzer bekommt daher zu den 14 bis 18 Satellitensignalen zusätzlich noch die Korrekturdaten aus dem All übermittelt, die innerhalb seiner auf etwa 10 m genau bekannten Position anzuwenden sind. Damit kann er

seine wahre Position mit cm Genauigkeit angeben, eine bewundernswerte technische Leistung.

Das Problem der falschen Signale, bedingt durch Reflexe an Gebäuden, zu lösen, erfordert viel Rechenleistung in den Empfangsgeräten, denn man muss alle Satellitensignale erstmals gegeneinander vergleichen, um nur die Signale



Abbildung 5-10: GNSS gesteuertes Markieren von Linien auf Sportplätzen

für die eigentliche quantitative Auswertung zu verwenden, die bestimmte mathematische Bedingungen erfüllen[3].

Welche Fortschritte die Satellitennavigation in den letzten Jahren gemacht hat, zeigt die Abbildung 5-10. Mit dem gezeigten Gerät sollen präzise Linien auf Sportplätzen, Strassen, Kaianlagen und Flughäfen markiert werden. Quer zur Fahrrichtung wird motorisch eine mechanische Spindel mit der Spritzdüse bewegt, deren Position auf besser als 1 cm genau geregelt sein muss, um eine Linie von annehmbarer Qualität trotz Fahrfehler und Bodenunregelmässigkeiten zu spritzen. Der weisse dosenförmige GNSS Empfänger auf dem Spindelarm bestimmt aus den Satellitensignalen mit dieser Präzision die momentane Lage der Spritzdüse, so dass sie motorisch exakt über der Linie platziert werden kann³.

5.7 LOPS, Triangulation unter der Erde mittels LIDAR

In all den Situationen, in denen keine oder nur eingeschränkte Sicht zu den GNSS-Satelliten möglich ist wie in Tunnels, Bergwerken, tiefen Baugruben, empfiehlt sich ein optisches Analogon, genannt LOPS (Local Optical Positioning System). Der Benutzer montiert an ihm leicht zugänglichen Stellen seine optischen ‚Satelliten‘, also Reflektoren (in Abbildung 5-11 die gelben Punkte) und vermisst einmalig ihre genaue Lage mit einem Theodoliten. Das sich bewegendes Objekt, zum Beispiel eine Baumaschine, hat einen Laserscanner, der einen um die vertikale Achse

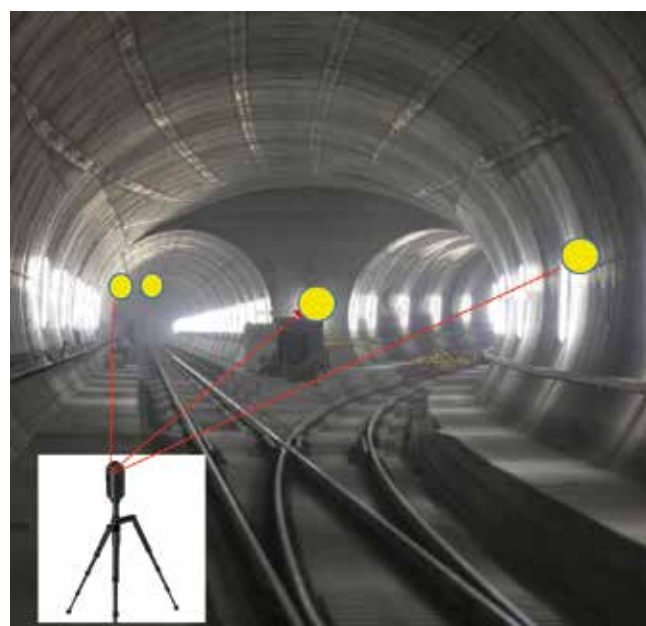


Abbildung 5-11: LOPS Anwendung in Tunneln

³ Bei dieser Anwendung wird die Real Time Kinematic (RTK) Technik eingesetzt, bei der als Referenzstation ein zweiter GNSS Empfänger stationär am Clubhaus montiert wird, der per Radio Link mit jedem Linemarkier die berechneten Korrekturdaten austauscht.

rotierenden und zeitlich modulierten Laserstrahl aussendet. Trifft die vertikale Laserlinie auf einen der Reflektoren, wird aus der gemessenen Laufzeit zwischen Aussendung und Empfang des Laserpulses die Distanz berechnet. Dieses ‚Time of Flight‘ Messprinzip kennt man aus Echolot- und Radarmessungen und man nennt es in Analogie zu Radar nun Lidar, eine Abkürzung von Light Detection and Ranging⁴.

Im Anhang (Methode 2) wird gezeigt, dass man aus den gemessenen Distanzwerten zu jeweils drei Reflektoren den Ort des Laserscanners und somit in diesem Fall den der Baumaschine in 3D bestimmen kann. Diese Methode eignet sich auch gut für autonomes Fahren. Dazu wird der augensichere Laserscanner in einen oder beide Scheinwerfer des Autos eingebaut, um während der Fahrt die Distanz des Fahrzeugs mittels Lidar zu Reflektorfolien, die an Laternenmasten, Verkehrszeichen, Häuserfassaden, etc. angebracht werden, zu messen. Das ist kostengünstig, auch weil die Lage der Reflektoren nur einmal bestimmt werden muss. Man bekommt somit für jedes Fahrzeug seine aktuelle 3D-Lage in der erforderlichen cm-Genauigkeit, ebenso wie seine Geschwindigkeit[3].

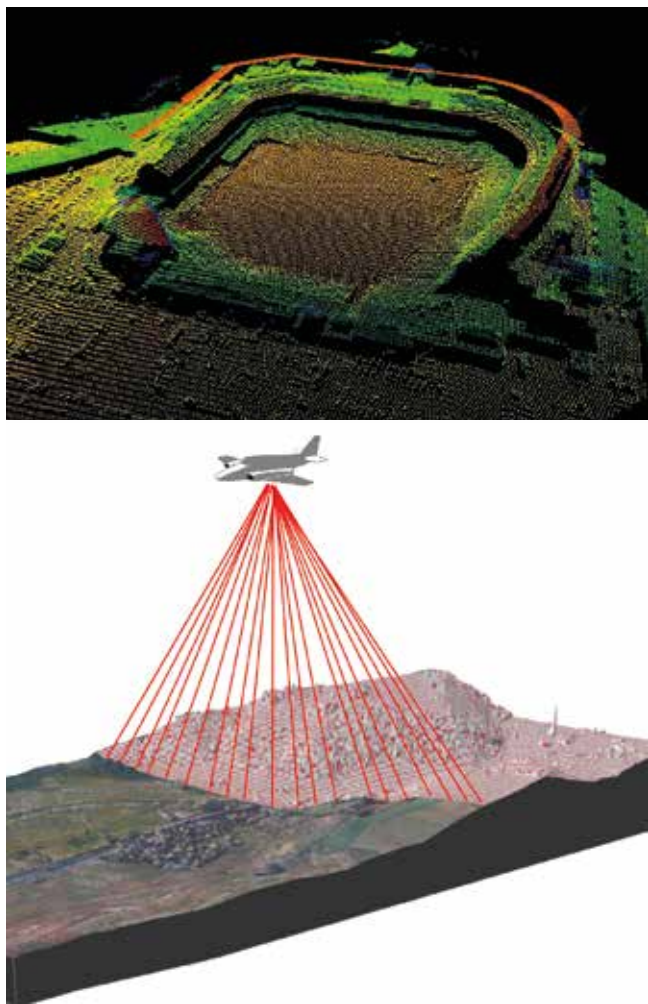


Abbildung 5-12: Scandaten eines überflogenen Sportstadions (oben) und Prinzipweise des Lidarscanners (unten)

⁴ United States Patent US 7.742.176 B2 (June 22, 2010), Braunecker et al.

5.8 Sensor Fusion von Abbildung und Lidar

Es ist geometrisch leicht zu zeigen, dass bei der Triangulation die Punktkoordinaten in x , also parallel zur Basislinie, etwas genauer erhalten werden als die der Distanzangabe in z senkrecht zur Basislinie. Bei GPS Messungen ist dies etwa der Faktor $\sqrt{2}$. Das veranlasste die grossen Hersteller von Instrumenten zur Luftbildphotogrammetrie neben der Bildkamera (Abbildung 5-8) im Flugzeug zusätzlich einen Lidar-scanner zu installieren. Mittels seines schwenkbaren Scannerspiegels wird der gepulste Laserstrahl quer zur Flugrichtung bewegt und so die Distanz für jeden Punkt auf der Terrainoberfläche bestimmt (Pushbroom Prinzip). Die Abbildung 5-12 zeigt unten das Prinzip der flugzeuggestützten Lidarmessung und oben die Aufnahme eines Sportstadions, bestehend aus vielen Einzelpunkten. Die Lidardaten werden während des Fluges bereits algorithmisch zusammen mit den 3D-Daten der Kamera ausgewertet, sodass als Ergebnis dieser Sensorfusion das 3D-Profil des überflogenen Geländes in allen drei Koordinaten mit derselben cm-Präzision vorliegt.

5.9 Lidar Triangulation im modernen Maschinenbau

Zuletzt zeigen wir noch an einem Beispiel der heutigen Fertigungstechnik, dass die uns vertraute Bürgi-Triangulation auch hier eingesetzt wird.

Bei der Oberflächenbearbeitung eines Werkstücks muss man seine Lage zum Bearbeitungswerkzeug wie Fräser oder Bohrer genau kennen. Eine moderne Messvariante ist, einen Laserpuls mittels eines Hologramms in vier Einzelstrahlen aufzuteilen, deren Emissionswinkel aus dem Hologramm man kennt. Die Laserstrahlen treffen dann auf das Werkstück (gelb in Abbildung 5-13), werden von dort reflektiert und ihre Laufzeit mit einem Sensor gemessen (Lidar Prinzip). Damit kennt man den Vektor, also die Richtung und den Abstand der vier Strahlen vom Hologramm bis zum Werkstück, und kann somit nach den Regeln der Triangulation die relative Lage und Verkipfung des Werkstücks zum Hologramm berechnen (rote Strahlen in Abbildung 5-13).

Da man aber auch die eigentliche Materialbearbeitung immer mehr statt durch Fräser und Bohrer mittels intensitätsstarker Laserstrahlen vornimmt, die das Material durch Abschmelzen oder Verdampfung abtragen (blauer Strahl in Abbildung 5-13), hat man den grossen Vorteil, dass man gleichzeitig messen und bearbeiten kann, da beide Laserstrahlen sich nicht stören (Point and shoot)[4].

Um zum Beispiel einen Kreis unverzerrt auf das Werkstück einzufräsen, wird der Laserstrahl in einem programmierbaren Lichtblendenker (Scanner) zuerst kreis-

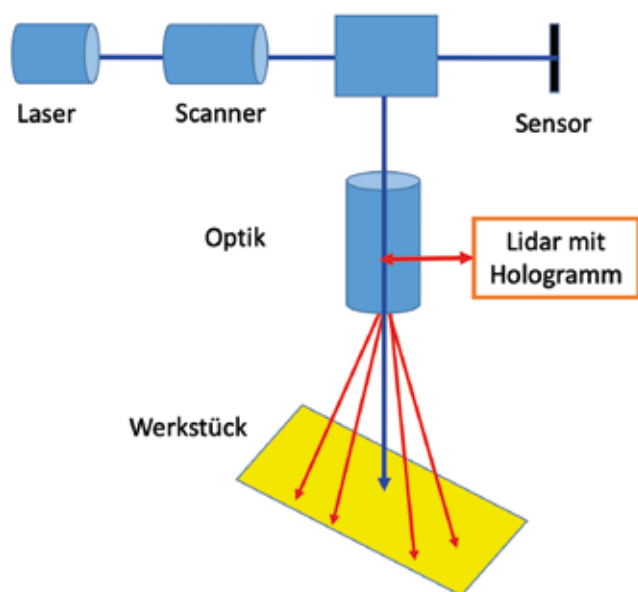


Abbildung 5-13: Das verkippte Werkstück (gelb) soll mit einem Laserstrahl (blau) bearbeitet werden. Das Lidarsystem (rot) erzeugt mit einem Hologramm vier Zielvektoren, aus denen die aktuelle Lage des Werkstücks berechnet werden kann.

förmig abgelenkt (blaue Figur in Abbildung 5-14a). Falls das Werkstück in unbekannter Weise verkippt wäre, würde der Laserstrahl statt des gewünschten Kreises eine Ellipse einbrennen (Abbildung 5-14b).

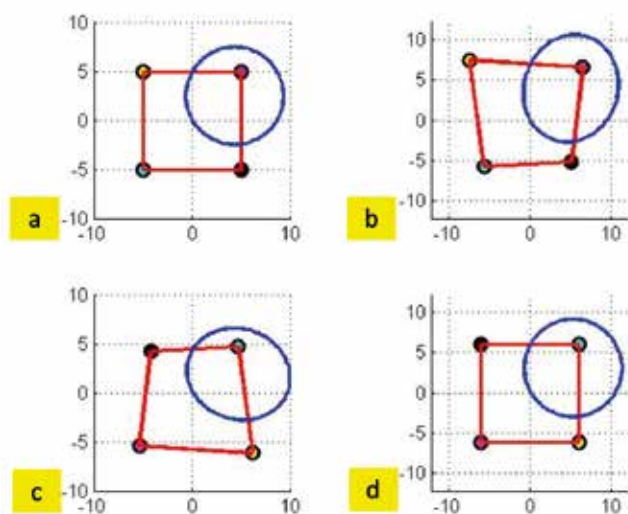


Abbildung 5-14: a) Scannerablenkung, b) Laserfigur auf verkipptem Werkstück, c) korrigierte Scannerablenkung; d) korrigierte Laserfigur auf verkipptem Werkstück

Durch die zeitgleich erfolgende Lidar-Messtechnik kennt man jedoch die aktuelle Lage des Werkstücks zur optischen Achse und kann die Scannerablenkung per Software so vorkorrigieren (Abbildung 5-14c), dass der Laserstrahl am Werkstück unverzerrt, also im Beispiel kreisförmig, das Material abträgt (Abbildung 5-14d). Das ist ein entscheidender Wettbewerbsvorteil, denn es erübrigt sich eine teure und auch langsame mechanische Ausrichtung des Werkstücks, ebenso wie der heutzutage übliche Aufbau auf schweren Granittischen aus Stabilitätsgründen. Hinzu

kommt, dass die geschilderte Triangulationsmethode nicht nur für plane Werkstücke, sondern auch für Kugeln, Zylinder und Freiformflächen angewendet werden kann. Da der Maschinen- und Anlagenbau eine Domäne der schweizerischen Industrie ist, ist das alloptische Konzept von aktueller wirtschaftlicher Wichtigkeit. Auch hier sollte man sich der Pionierleistungen unserer Vorfahren dankbar erinnern.

5.10 Anhang

Wenn man von einem bekannten Ausgangspunkt **B** aus den Ort eines Objekts **P** wissen will, muss man **P** mit einem Peilstab oder einem Theodolit anzielen und die Distanz entlang der Anziellinie messen. Die Zielrichtung beschreibt man seit der Antike durch zwei Drehwinkel, einen in der Horizontalebene φ , also um die vertikale Achse des Instruments und einen um eine horizontale Achse ψ (Abbildung 5-15).

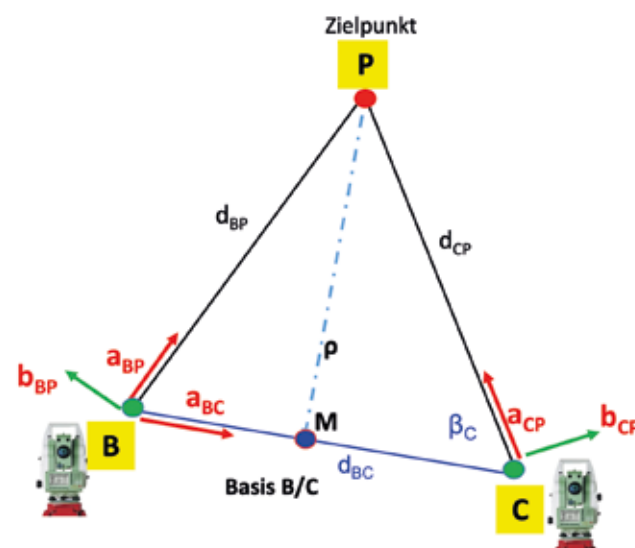


Abbildung 5-15: Triangulationsbasis

Dazu benutzt man heutzutage am besten einen Theodolit. Sein Fernrohr, mit dem man das Objekt anzielt, ist schwenkbar um die vertikale Stehachse und die horizontale Kippachse. Man verstellt nun die Richtung und den Fokus des Fernrohrs, bis das Objekt **P** scharf im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint und liest beide Winkel φ und ψ aus. Mit ihnen kann man nun einen 3D-Richtungsvektor zwischen den Punkten **B** und **P** definieren $\mathbf{a}_{BP} = [\cos \varphi \sin \psi, \sin \varphi \sin \psi, \cos \psi]$, so dass sich relativ zum Ort **B** der gesuchte Ortsvektor $\mathbf{r}_P$ ergibt

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_B + d_{BP} \mathbf{a}_{BP} \quad (1a)$$

Die Ortsvektoren $\mathbf{r}_P$ und $\mathbf{r}_B$ beschreiben die Punkte **P** und **B** und d_{BP} den Abstand entlang der Anziellrichtung. Man kennt $\mathbf{r}_B$ von der Aufstellung des Geräts und $\mathbf{a}_{BP}$ aus der Theodolitmessung, aber nicht die Distanz d_{BP} . In analoger Weise kommt man vom Beobachtungspunkt **B** zu einem weiteren Beobachtungspunkt **C**, dessen 3D-Lage jedoch zu **B** bekannt ist

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_B + d_{BC} \mathbf{a}_{BC} \quad (1b)$$

Beide Punkte **B** und **C** bilden die *Triangulationsbasis*. Von **C** aus wird das Objekt **P** ebenfalls wie von **B** aus angezielt und man erhält einen zweiten Zielvektor $\mathbf{a}_{CP}$ mit dem der Ort **P** in analoger Weise berechnet werden kann

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_C + d_{CP} \mathbf{a}_{CP} \quad (1c)$$

Methode 1

Aus den beiden gemessenen Richtungsvektoren kann man die Richtungsvektoren $\mathbf{b}_{BP}$ und $\mathbf{b}_{CP}$ ableiten, die senkrecht zu $\mathbf{a}_{BC}$ bzw. zu $\mathbf{a}_{CP}$ stehen⁵. Mit ihrer Hilfe bekommt man die beiden gesuchten Abstände

$$d_{BP} = -d_{BC} (\mathbf{a}_{BC} \cdot \mathbf{b}_{CP}) / (\mathbf{a}_{BP} \cdot \mathbf{b}_{CP}) \quad (2a)$$

$$d_{CP} = d_{BC} (\mathbf{a}_{BC} \cdot \mathbf{b}_{BP}) / (\mathbf{a}_{CP} \cdot \mathbf{b}_{BP})^6 \quad (2b)$$

und nach Einsetzen in (1a) oder (1b) jeweils den gesuchten Ortsvektor $\mathbf{r}_P$.

Beispiel

Gegeben seien die beiden Basispunkte **B** mit $\mathbf{r}_B = [0, 0, 0]$ und **C** mit $\mathbf{r}_C = [2, -3, 5]$, sowie der Zielpunkt **P** mit $\mathbf{r}_P = [2, -8, 7]$. Das ergibt für den Abstand zwischen **B** und **C** den Wert $d_{BC} = 6.164$. Für den Basisrichtungsvektor von **B** nach **C** erhält man $\mathbf{a}_{BC} = [-0.324, 0.487, -0.811]$ und dazu senkrecht $\mathbf{b}_{BC} = [0.487, 0.324, 0]$.

Peilt man von Basispunkt **B** den Punkt **P** an, ergibt sich $d_{BP} = 10.817$ mit $\mathbf{a}_{BP} = [0.185, -0.740, 0.647]$ und dazu senkrecht $\mathbf{b}_{BP} = [-0.740, -0.185, 0]$, während man für die Anpeilung von Basispunkt **C** aus erhält $d_{CP} = 5.385$ mit $\mathbf{a}_{CP} = [0.000, -0.928, 0.371]$, bzw. $\mathbf{b}_{CP} = [-0.928, 0, 0]$.

Setzt man diese Werte in Gleichung (2a) ein, bestätigt sich $d_{BP} = 6.164$ ($[-0.324, 0.487, -0.811] \cdot [-0.928, 0, 0] / ([0.185, -0.740, 0.647] \cdot [-0.928, 0, 0]) = 10.817$).

Methode 2

Kennt man nicht die Richtungsvektoren $\mathbf{a}_{BP}$, $\mathbf{a}_{BC}$ und $\mathbf{a}_{CP}$, sondern nur die drei Abstände d_{BP} , d_{BC} und d_{CP} , dann kommt man unter Verwendung von (1a), (1b) und (1c) zum Hilfsvektor $d_{BP} \mathbf{a}_{BP} = d_{BC} \mathbf{a}_{BC} + d_{CP} \mathbf{a}_{CP}$ und durch Quadrieren zu $d_{BP}^2 = d_{BC}^2 + d_{CP}^2 + 2 d_{BC} d_{CP} (\mathbf{a}_{BC} \cdot \mathbf{a}_{CP})$. Dabei wird benutzt, dass $(\mathbf{a}_{BP} \cdot \mathbf{a}_{BP}) = (\mathbf{a}_{BC} \cdot \mathbf{a}_{BC}) = (\mathbf{a}_{CP} \cdot \mathbf{a}_{CP}) = 1$ ist. Das führt dann zu

$$(d_{BP}^2 - d_{BC}^2 - d_{CP}^2) / (2 d_{BC} d_{CP}) = (\mathbf{a}_{BC} \cdot \mathbf{a}_{CP}) = \cos(\beta_C) \quad (3)$$

wobei β_C der Winkel zwischen den beiden Vektoren $\mathbf{a}_{BC}$ und $\mathbf{a}_{CP}$ ist.

Gleichung (3) ist der aus der Schule bekannte Cosinussatz. Man weiss daher lediglich aus den von den Basispunkten **B** und **C** aus durchgeführten Abstandsmessungen, dass der gesuchte Punkt **P** auf einem Kreis um den Punkt **M** mit Radius $\rho = d_{CP} \sin(\beta_C)$ liegen muss (Abbildung 5-15). Man muss daher noch eine zusätzliche Abstandsmessung von einem anderen Basispunkt ausführen, erhält dann in analoger Weise einen zweiten Kreis und findet den gesuchten Punkt **P** als Schnittpunkt beider Kreise.

Referenzen

- [1] <https://www.jostbuergi.com/app/download/14626758729/Geometrie%20und%20Macht%20-%20Gaulke.pdf>
- [2] Aebischer Beat, Braunecker Bernhard, „A Useful SW Tool for Thermal Estimations in Optics“, *SPG Mitteilungen* Nr. 53, S. 44 - 49 (2017)
- [3] Braunecker Bernhard, „Cyberphysische Systeme und Autonome Mobilität“, *SPG Mitteilungen* Nr. 61, S. 44 - 46 (2020)
- [4] *SPS Focus* No. 2, S. 11, Box 3-1 „Optical Micromachining“ (2022)

Bernhard Braunecker

Dr. Bernhard Braunecker, Leica Research Fellow, studierte bis 1972 Kernphysik an der Universität Erlangen-Nürnberg. Von 1972 bis 1982 arbeitete er auf dem Gebiet der angewandten Optik an den Universitäten Erlangen und Essen (Deutschland), sowie am IBM Research Laboratory in San José / USA im Bereich der optischen Informationsverarbeitung. 1982 trat er in die Firma Wild Heerbrugg in der Schweiz ein, die später in Leica Geosystems umbenannt wurde und heute zum schwedischen Hexagon Konzern gehört, und leitete die Forschungs- und Entwicklungsabteilung für Optik einschließlich der optischen Designgruppe. Im Jahr 2006 ging er in den Ruhestand und gründete die Braunecker Engineering GmbH in Rebstein, Schweiz, mit Schwerpunkt auf Weltraumoptik und Hochgeschwindigkeitssysteme für Laseranwendungen in der Materialbearbeitung. Er hält 40 Patente und hat zahlreiche Fachartikel, Bücher und Buchkapitel verfasst und herausgegeben.

⁵ Am einfachsten: $\mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{eZ}$ mit $\mathbf{eZ} = [0, 0, 1]$ und $\times$ ist das Vektorprodukt

⁶ Der Punktssymbol in der Klammer ist das Skalarprodukt beider Vektoren

6 Galerie

Zum Abschluss zeigen wir einige Impressionen von den Jost-Bürgi-Symposien 2018, 2019 und 2022 sowie einzelne Fundstücke aus verschiedenen Sammlungen.

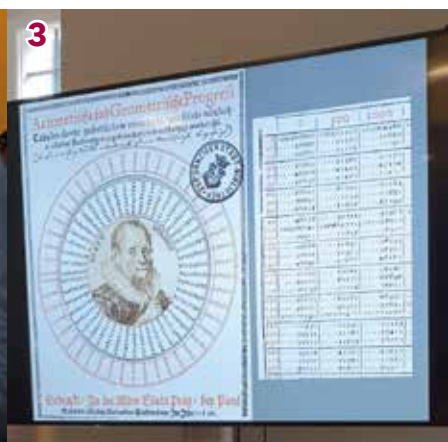


Bild	Legende
1	Frontispiz mit dem Porträt von Jost Bürgi, aus: Benjamin Bramer: Apollonius Cattus, Oder: Kern der gantzen Geometrieæ Kassel 1684. Zentralbibliothek Zürich, Signatur NE 1827: 1
2	2016: Mathematiker unter sich. Links der Historiker Menso Folkerts (LMU München) und Jörg Waldvogel (ETHZ).
3	Titelblatt zu Jost Bürgis Logarithmentafel von 1620 im Vortrag von Daniel Muzzolini (Lichtensteig 2022)
4	2018: Fritz Staudacher, Bürgi Biograph, mit Claude Nicollier (EPFL), Schweizer Astronaut und Wissenschaftler, und Bernhard Braunecker (rechts)
5	2018: Astrophysikerin Aurora Sicilia-Aguilar in Diskussion mit Astronomiehistoriker Jürgen Hamel.
6	a) Vorder- und b) Rückseite der „Planetenuhr“. (Aufnahme: KHM-Museumsverband)
7	2018: Werbetafel für das 2. Bürgi-Symposium





8	2019: Aus dem Vortrag von Michael Beck (Kassel).
9	2019: Blick ins Publikum.
10	2022: Stadtpräsident Mathias Müller (rechts) dankt Peter Ullrich für seine wertvolle Mitarbeit in der Jost-Bürgi-Initiative.
11	2022: Demonstration eines Roboters der Fachhochschule OST.
12	2022: Dominik Brunner (Empa) während seines Vortrags über „Treibhausgase in der Atmosphäre“.
13	Der in künstlerischer wie technischer Hinsicht aussergewöhnliche Himmelsglobus von 1594 ist einer von fünf erhaltenen Exemplaren von Jost Bürgi. © Schweizerisches Nationalmuseum
14	Bernd Braunecker, University of St. Andrews (UK)
15	Langgalerie des Mathematisch-Physikalischen Salons in Dresden mit der Planetenlaufuhr von Eberhard Baldewein et al. im Vordergrund. © Staatliche Kunstsammlungen Dresden, Christain Krass.
16	2022: Roman Boutellier während seines Vortrags über „Sinnlose Modelle?“



