

Warum rechnet J.Bürgi bei seinen Logarithmen mit 9 signifikanten Ziffern?

Fritz Heiniger

Zusammenfassung

Warum rechnet J.Bürgi bei seinen Logarithmen mit 9 signifikanten Ziffern? -

Er und C. Rothmann wollten die Rektaszension der Sterne über eine genaue Zeitmessung in Sternzeit ermitteln. Diese sollte dann möglichst genau in Winkelgrade – Winkelminuten umgerechnet werden, ohne irgendwelche Rundungsfehler, daher evtl. vorausschauend die extrem hohe Anforderung an die Rechengenauigkeit bei den Logarithmen. Zum Tragen kam diese Genauigkeit aber nicht, denn die Zeitmessung blieb, trotz der beträchtlichen Fortschritte Jost Bürgis in Richtung Sekundenuhr, hinter den Erwartungen zurück.

1. Grundsätzliches aus der Astronomie

Horizontal-System

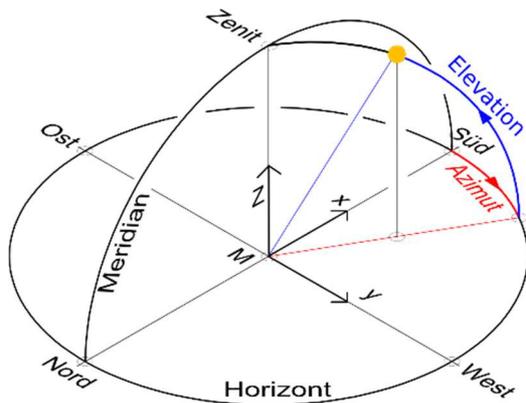


Fig.1 Horizontalsystem zur Sternbeobachtung

Das Horizontal-System ist das jedem Himmels-Beobachter am besten vertraute Koordinatensystem. Er befindet sich in dessen Ursprung, der Horizont ist die Bezugsebene. Der Winkel über Horizont zum Himmelskörper ist dessen Höhenwinkel h (Elevation). Die Abweichung des Punktes, in dem der Vertikalkreis durch den Himmelskörper den Horizont schneidet, von der Süd-Richtung ist das Azimut a .

(Bei Anwendung des Horizontal-Systems auf der Südhalbkugel ist Nord die Bezugsrichtung. Am Äquator und an den Polen ist das Horizontalsystem unbestimmt).

Äquatorial-System

Man denke sich die Erde umgeben von der Himmelskugel und den Erd-Äquator auf diese Himmelskugel projiziert (als sog. «Himmelsäquator» violett). Die Koordinaten eines Sterns in Bezug auf den Himmelsäquator heißen Rektaszension α und Deklination δ . Man misst ausgehend vom «Frühlingspunkt» diese Winkel.

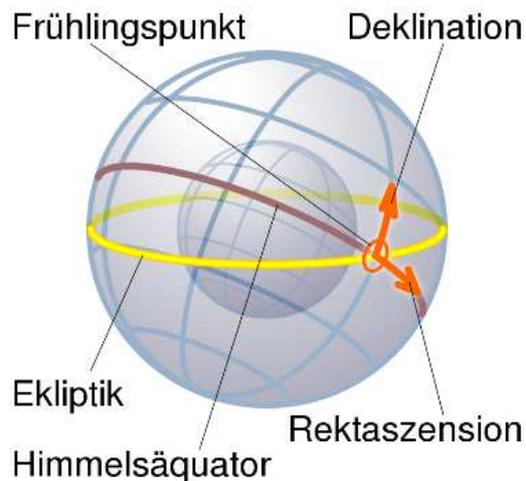


Fig.2 Hilfsfigur zum Verständnis des Äquatorialsystems/Projektion der Erde auf die Himmelskugel

Üblicherweise wird dieses System aber geneigt dargestellt, mit dem Himmelsäquator als Ellipse in der Zeichenebene. Das ist dann das sog. «Äquatorial-System»:

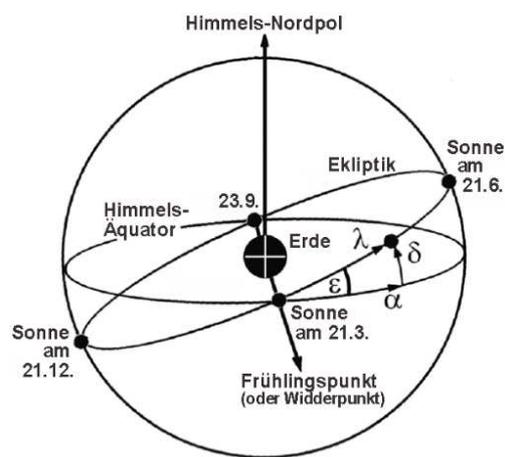


Fig.3 Äquatorialsystem zur Sternbeobachtung

Betrachtet man nun in der Darstellung von Fig.3 die Bahn der Sonne, so beginnt diese ab dem Durchlaufen des Schnittpunkts zwischen Himmelsäquator und Ekliptik (d.h. der Umlaufebene der Erde um die Sonne projiziert auf die Himmelskugel – in Fig.2 gelb) für einen Beobachter am Äquator oder irgendwo auf der nördlichen Halbkugel aufzusteigen. Das ist jeweils im Frühling um den 21. März der Fall, daher der Name «Frühlingspunkt». Der Himmelsnordpol steht dabei senkrecht auf der Ebene durch den Himmelsäquator. Um ihn dreht sich für einen Beobachter auf der Erdoberfläche der Sternenhimmel.

Messung von Sternörter

Das rotierende Äquatorialsystem ist im Gegensatz zum Horizontalsystem unabhängig vom Ort des Beobachters. Bezieht man sich auf dieses System, so sind die Positionsangaben für einen Himmelskörper allgemein gültig, egal wo und wann die Beobachtung stattgefunden hat. **Sternörter in Sternkarten werden also idealerweise in Rektaszension und Deklination angegeben.**

Die Rektaszension wird dabei üblicherweise im Zeitmaß statt in Grad oder Bogenmaß angegeben. Die Angabe im Zeitmaß nimmt Bezug darauf, dass die scheinbare Rotation der Sterne um die Erde proportional zur Zeit ist und Zeitdifferenzen einfacher als die Winkel bestimmt werden können. Wenn ein Stern z. B. am Äquator eine Sternstunde nach dem Frühlingspunkt aufgeht, so hat er die Rektaszension 1h, entsprechend etwas mehr als 15° (in einem Sterntag zu 86164.09 s = ca. 23 Std. 56 Min. bewegen sich die Sterne nämlich scheinbar auf einem vollen Kreis mit 360°).

2. Motivation Jost Bürgis in Hinsicht auf einen verbesserten Sternkatalog

Die Anstrengungen von Jost Bürgi um eine höhere Rechengenauigkeit, sowie um die Verbesserung der Messinstrumente und Uhren gingen nun alle in die gleiche Richtung:

Der Kasseler Stern-Katalog von Landgraf Wilhelm IV sollte der beste seiner Zeit werden - und er wurde es schliesslich auch. Dabei massen der Astronome und Mathematiker Christof Rothmann und Jost Bürgi tatsächlich die Rektaszension der Sterne in Sternzeit mithilfe eines Quadranten von Jost Bürgi und mit Hilfe der von Bürgi verbesserten Sekundenuhr.

Man verfügt noch heute über einen Teil der Original-Messjournale aus den Jahren 1585-1587 von Rothmann und Bürgi.

OBSERVATIO IIII.

10 Februarii 1587 1 49 38

Abtinento Solis meridiana 27 51 1/2, cui respondet 1 52 50 26.

Nodus Locus Solis tempore primae observationis -

- - 2 9 36

NOMINA STELLARUM	Altitudo		Tempus		Longitudo ex glo.		Sig.	Latitudo ex glo.		Dn		
	Gra.	Min.	Hor.	Min.	Gra.	Min.		Gra.	Min.			
Capitula	0	0	84	9 3/4	6	31 3/4	16	12	II	22	52	S.
Sinist. pro Orionis	0	0	29	55 1/2		39 3/4	11	5	II	31	12	M.
Sinist. Hæm. vix Orionis	0	0	44	34 3/4		47 1/2	15	19	II	16	55	M.
Prima Caput l. Orionis	0	0	38	0								
Media	0	0	37	10	6	59 3/4	17	48	II	24	30	M.
Altera	0	0	36	27 1/2	7	4 3/4	19	0	II	25	22	M.
Dexter. Caput Orionis	0	0	28	48		12 1/2	20	42	II	33	5	M.
Dexter. Hæm. vix Orionis	0	0	45	56 3/4		17 1/2	23	4	II	16	6	M.
Caput Betæ	0	0	22	30 1/2	8	11 1/2	8	28	59	39	34	M.
Dexter. Hæm. vix Orionis	22	0	44	2		19 3/4	23	4	II	16	6	M.
Caput Tauri	0	0	71	26		52 1/2	14	38	59	10	0	S.
Caput II. Aquæ	0	0	67	37	9	4 3/4	17	46	59	6	35	S.
Caput III. Aquæ	3	0	44	51	9	10 3/4	20	17	59	16	0	M.

Dexter. Caput
tempore
vix. 8 1/2
Aquæ

Fig.4. Journalseite von den Messungen in Kassel. In der Spalte ganz links jeweils der Name des beobachteten Sterns. In der dritten Spalte «Tempus» sieht man die Zeitmessung eingetragen. Ganz fein darunter offenbar die Messzeit einer zweiten, nicht genau gleich kalibrierten Uhr.

Zum Einsatz kam der von Bürgi modifizierte Quadrant. Er war so aufgestellt, dass der 90°-Bogen genau im Meridian, also in Nord-Süd-Richtung stand. Wenn der Beobachter einen hellen Stern im Visier hatte, ging dieser notwendigerweise durch den Meridian, was bedeutete, dass man seine höchste Höhe über dem Südhorizont und zugleich die Zeit des Durchgangs messen konnte. Daraus ergab sich dank Kenntnis der Höhe des Himmelsäquators in Kassel einerseits die Deklination des Sterns, andererseits dank genauer Kenntnis der Referenz-Sternzeit¹ am Beobachtungsort und dank den präzisen Uhren von Jost Bürgi auch die Rektaszension.

Diese präzisen Uhren von Bürgi waren sogenannte Verge & Foliot – Uhren mit der von Bürgi erfundenen Kreuzschlag-Hemmung, die aber natürlich in Sonnenzeit geeicht waren.

Die Messung der Rektaszension ist dann eigentlich einfach: Man richte eine Visiervorrichtung (bei Bürgi einen Quadranten, heute ein Teleskop) in die Nord-Süd-Richtung aus und messe den Zeitpunkt in Sonnenzeit des Durchgangs eines Sternes durch den Meridian. Zu diesem Zeitpunkt entspricht die Rektaszension des Sternes gerade der Durchgangszeit umgerechnet in Sternzeit. Um weiter die Sternposition dann auf eine Bogenminute genau zu erhalten, muss man dann die Sternzeit in Winkelgrade umrechnen. Man kann aber auch gleich direkt Sonnenzeit in Winkelgrade umrechnen, ohne den Umweg über die Berechnung der Sternzeit. Es entsprechen 1 Sterntag = 86'164.09 Sonnenzeit-Sekunden ziemlich genau dem Winkel $360^\circ = 21'600'$ Bogenminuten. Die gewünschte Genauigkeit der Sternvermessung von 1 Bogenminute braucht also eine Messgenauigkeit der Sonnenzeit von ca. 4 Sekunden. [Der Umrechnungsfaktor von Sonnenzeit in sec zu Bogenminuten beträgt 0.25068448 (8 Signifikanten) und der Umrechnungsfaktor zurück von 1 Bogenminute in 1 Sekunde Sonnenzeit beträgt 3.98907824 (9 Signifikanten)]. Es würde aber ausreichen hier mit 5 höchstens 6 Signifikanten zu rechnen, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen.

Viel kritischer war es wohl in der Zeitmessung die 4 Sekunden Genauigkeit zu erreichen. Die Zeiteinträge im Messjournal von Fig. 4 sind denn auch höchstens auf Bruchteile von Minuten genau.

Das Verfahren durch Zeitmessung die Rektaszension der Sternörter zu bestimmen ist erst nach der Entwicklung der Harrison H4 Marine Chronometer für die Britische Seefahrt ein Standard geworden. Bürgi war hier seiner Zeit weit voraus.

Tycho Brahe ist denn auch bei der direkten Messung der Rektaszension der Sternörter über die Winkel mit 5 signifikanten Ziffern ausgekommen und für die Berechnung der Planetenbahnen durch Kepler hat das offenbar auch ausgereicht.

Verdankung

Mein grosser Dank geht an Dr. Ekkehard Stürmer, der durch seine Ratschläge und Verbesserungen diese Arbeit wesentlich unterstützt hat.

¹ Am Ort des Frühlingspunkts, auf den man die Messung der Rektaszension bezieht, ist ja kein Stern, den man als Referenz hätte mit einmessen könnte.